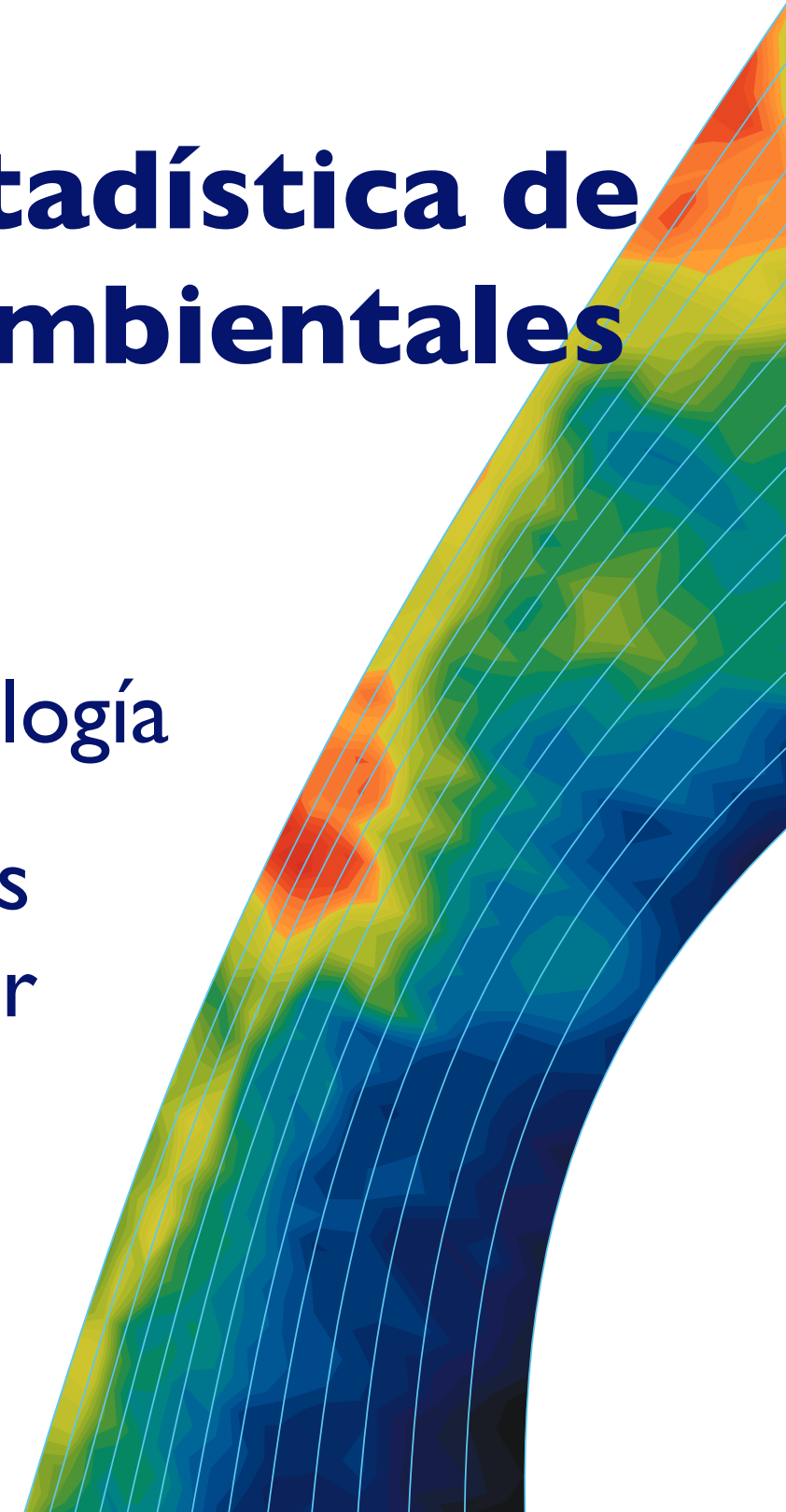


Clase I: Caracteritzación estadística de variables hidrológicas y geoambientales

Métodos estadísticos en Hidrología

Prof. Daniel Sempere Torres

Prof. Marc Berenguer Ferrer



Bibliografia de referència per Hidrologia:

Hidrología superficial y Subterránea. F. Javier Sánchez San Román
ISBN 978-1975606602 ED. Createspace Independent.

<https://www.amazon.es/Hidrolog%C3%ADa-Superficial-Subterránea-Javier-Sánchez/dp/1975606604/>

Pagina web de l'autor

<http://hidrologia.usal.es>

Notes d'Hidrologia estadística de l'autor:

http://hidrologia.usal.es/temas/calculos_esta.pdf

<http://hidrologia.usal.es/Complementos/estadistica/Graficos-de-probabilidad.pdf>

Cálculos Estadísticos en Hidrología

Para extraer conclusiones estadísticas a partir de series de datos de precipitaciones o aforos, es necesario disponer de series históricas de más de 20 ó 30 valores, cuanto mayor sea la serie de datos, mayor será la fiabilidad de las deducciones extraídas.

El tratamiento estadístico que veremos aquí está encaminado a solucionar dos tipos de cuestiones:

- **Valor → Probabilidad:** Evaluar la probabilidad de que se presente en el futuro un caudal (o precipitación) mayor o menor que un determinado valor. Por ejemplo: ¿Qué probabilidad hay de que la aportación anual del Tormes en Salamanca supere los 900 Hm³?
- **Probabilidad → Valor:** Evaluar qué caudal (o precipitación) se superará un determinado % de los años. Por ejemplo: ¿Qué aportación de un río se superará el 10% de los años?

Utilizaremos dos tipos de datos que requieren distintos tratamientos:

- Valores medios. De una serie de años dispondremos del caudal o precipitación medio de cada año.
- Valores extremos. De una serie de años extraemos el caudal o precipitación del día más caudaloso o lluvioso de cada año.

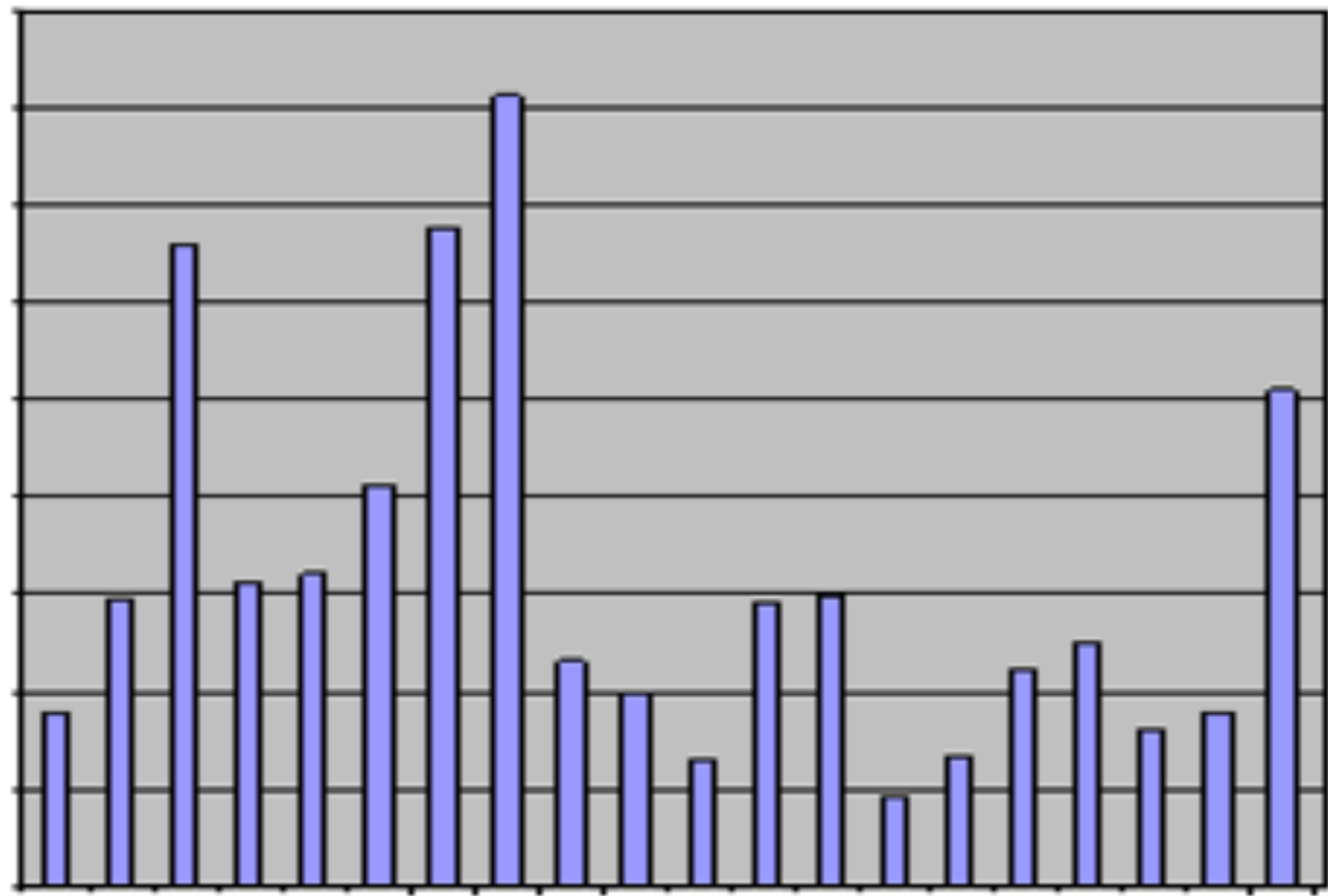
Conceptos básicos

Gráficos de probabilidad

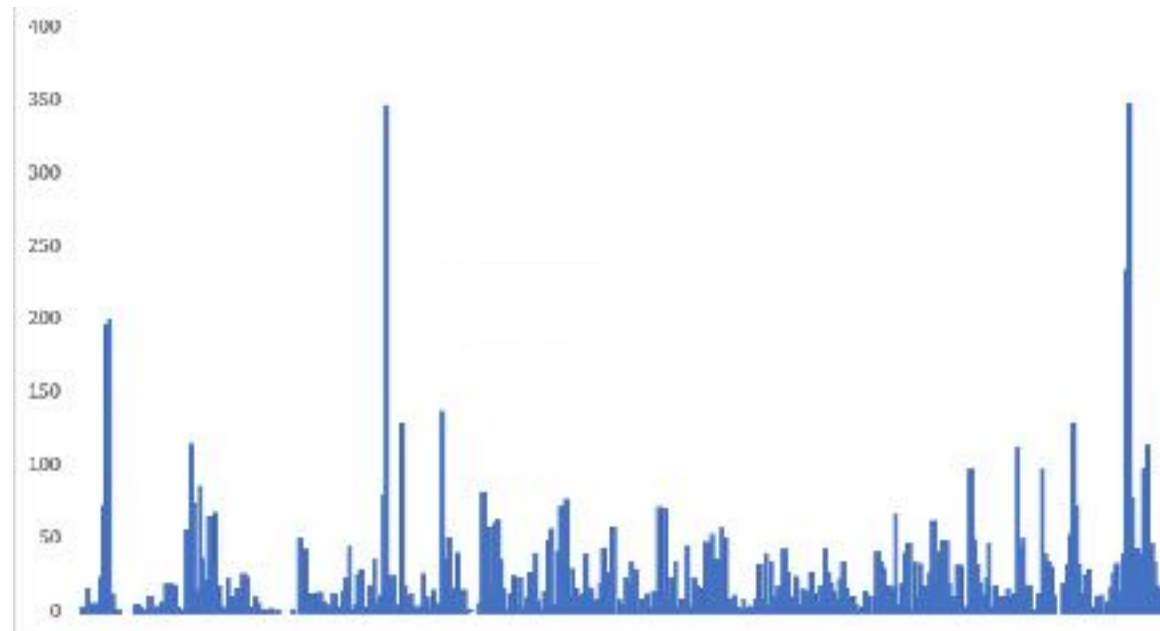
Muchas veces en gráficos que representan precipitaciones o caudales en función de su probabilidad, los valores de ésta (0,1; 0,2; 0,3; etc.) aparecen extrañamente distribuidos de acuerdo con una escala de probabilidad o probabilística... Vamos a comprender la naturaleza de esta escala deformada.

Frecuencias acumuladas con datos individuales

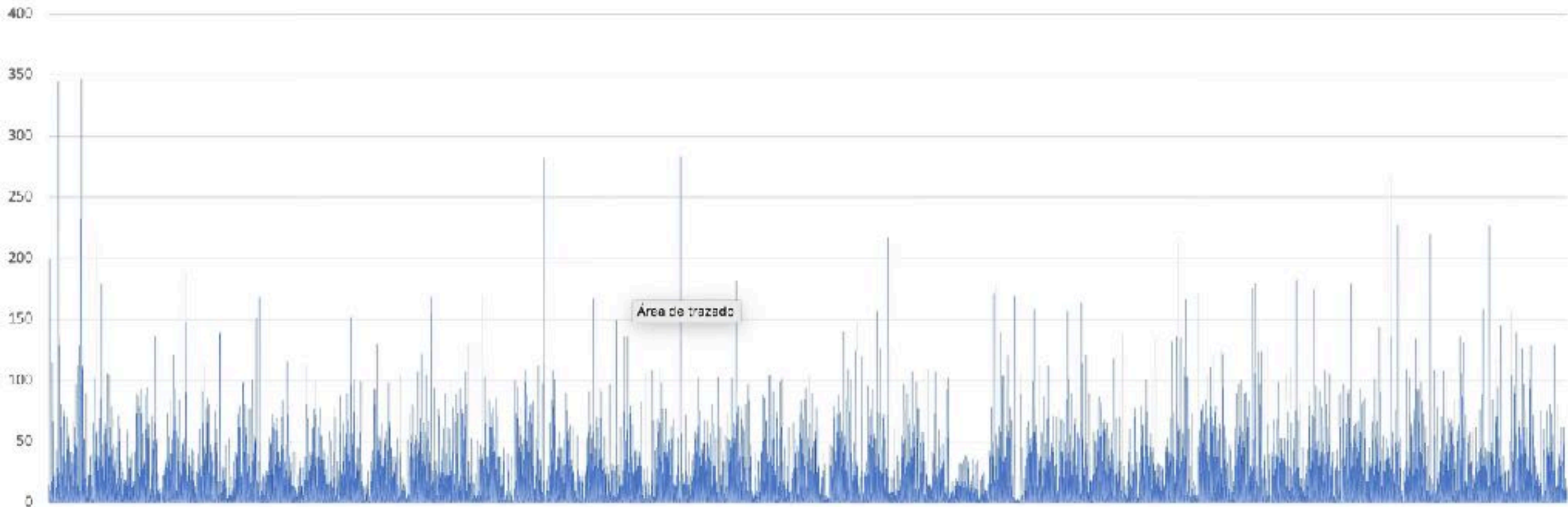
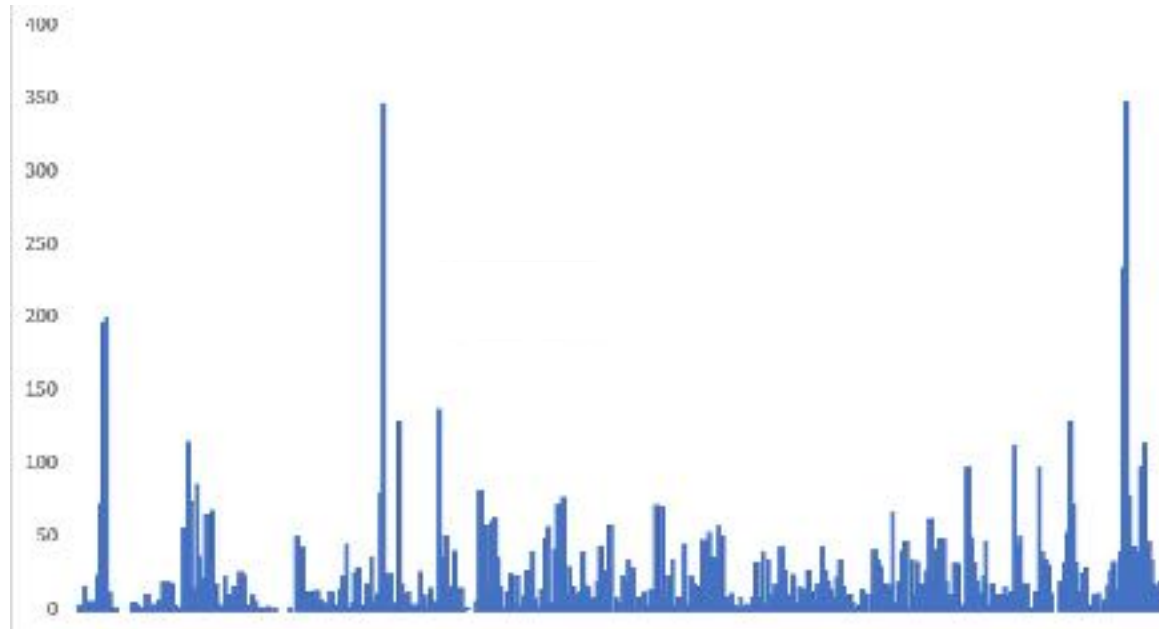
MOSTRA D'UNA VARIABLE



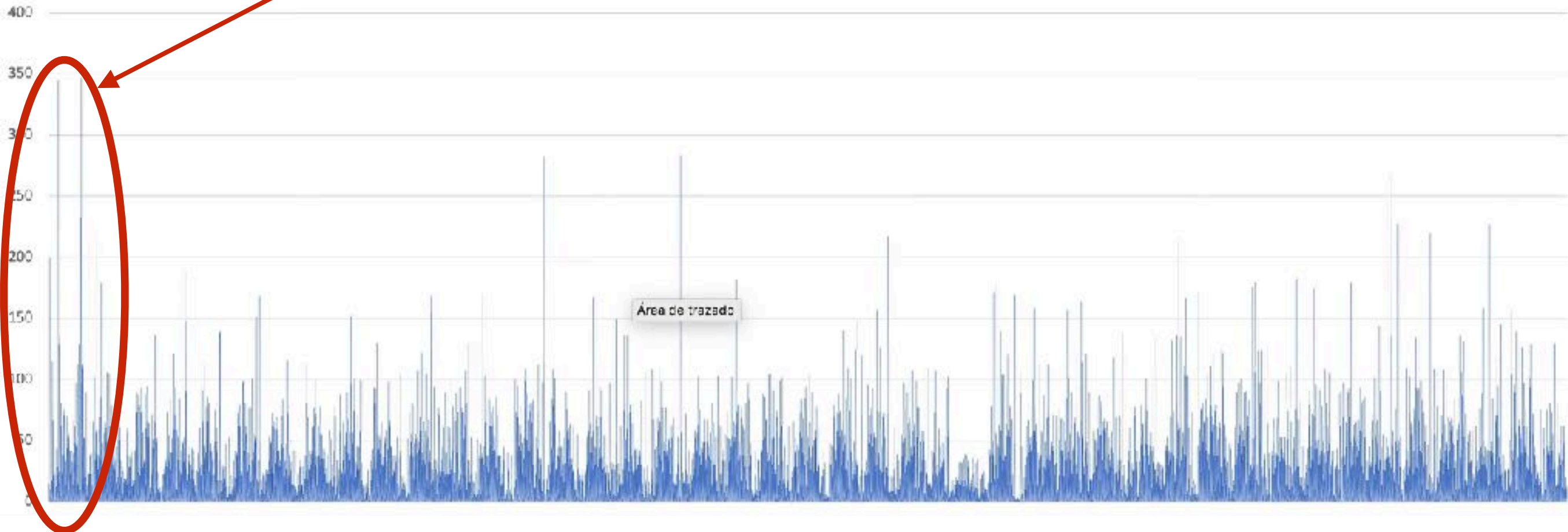
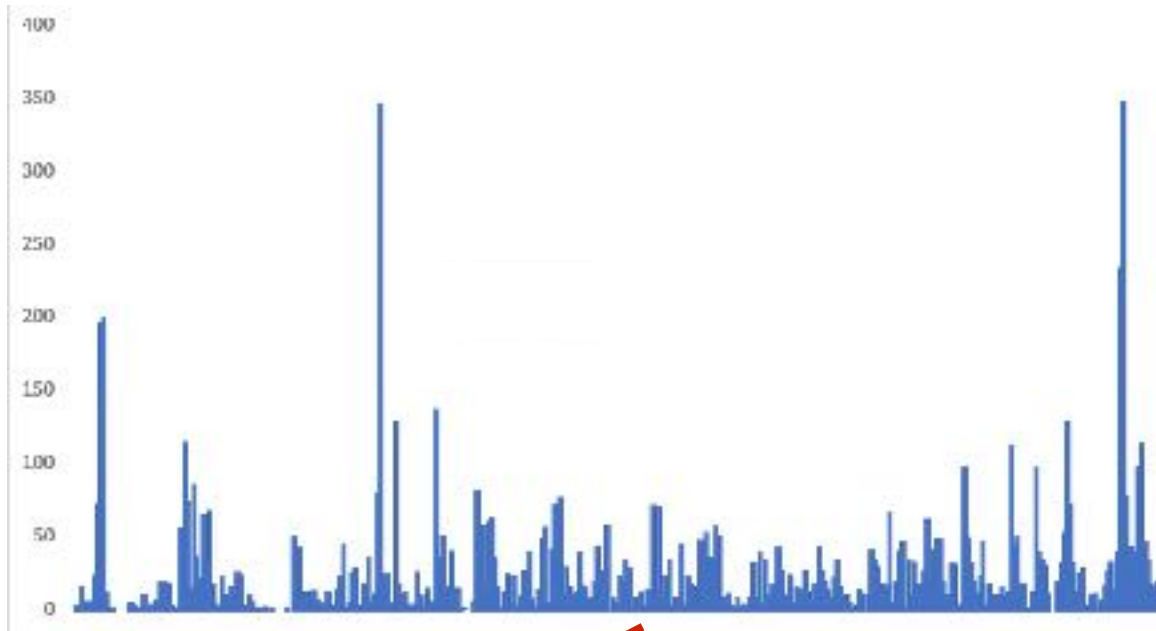
INFERENCIA ESTADÍSTICA

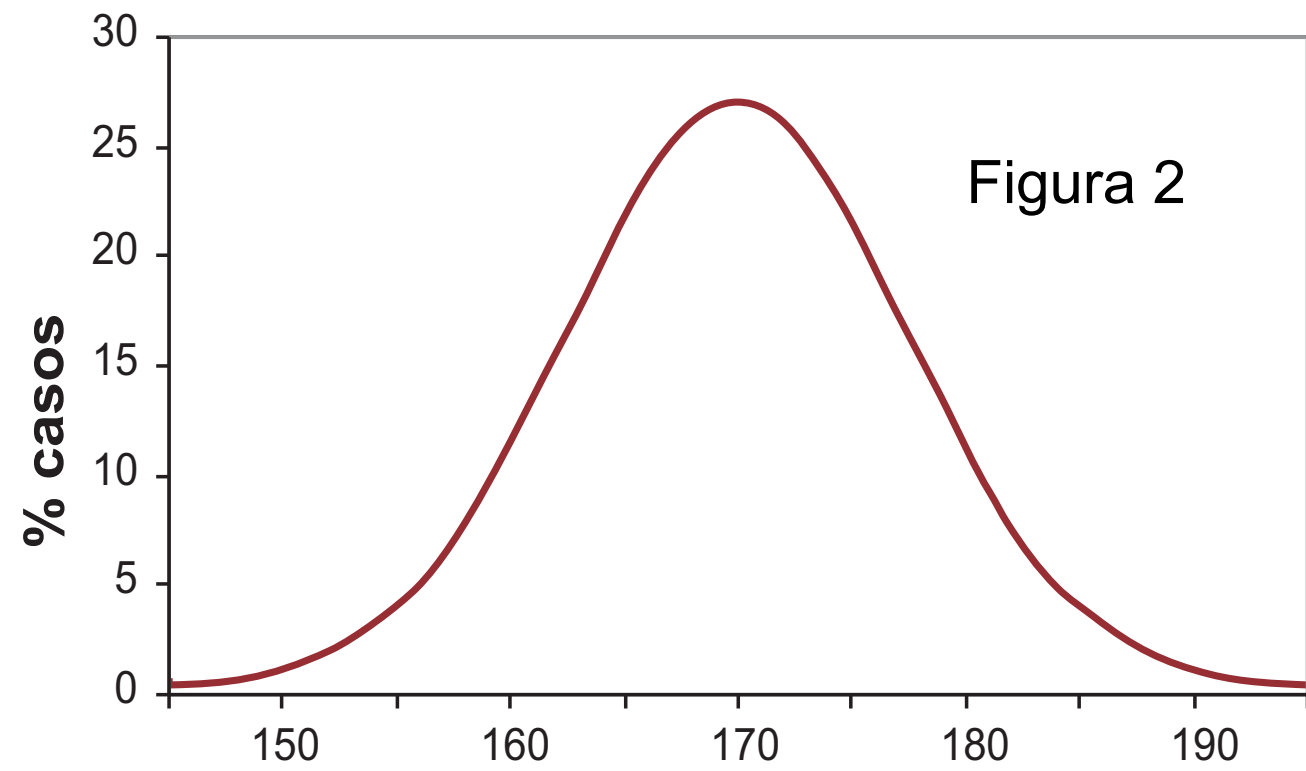
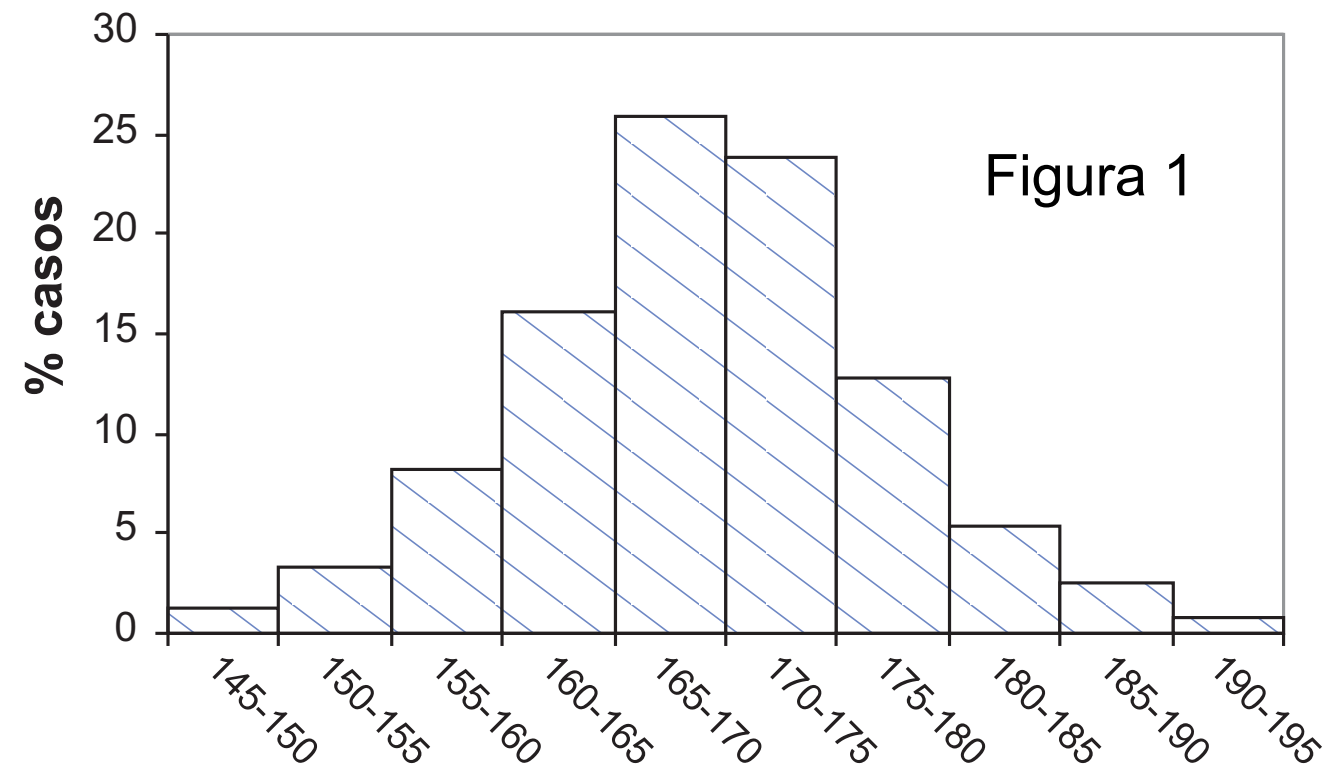


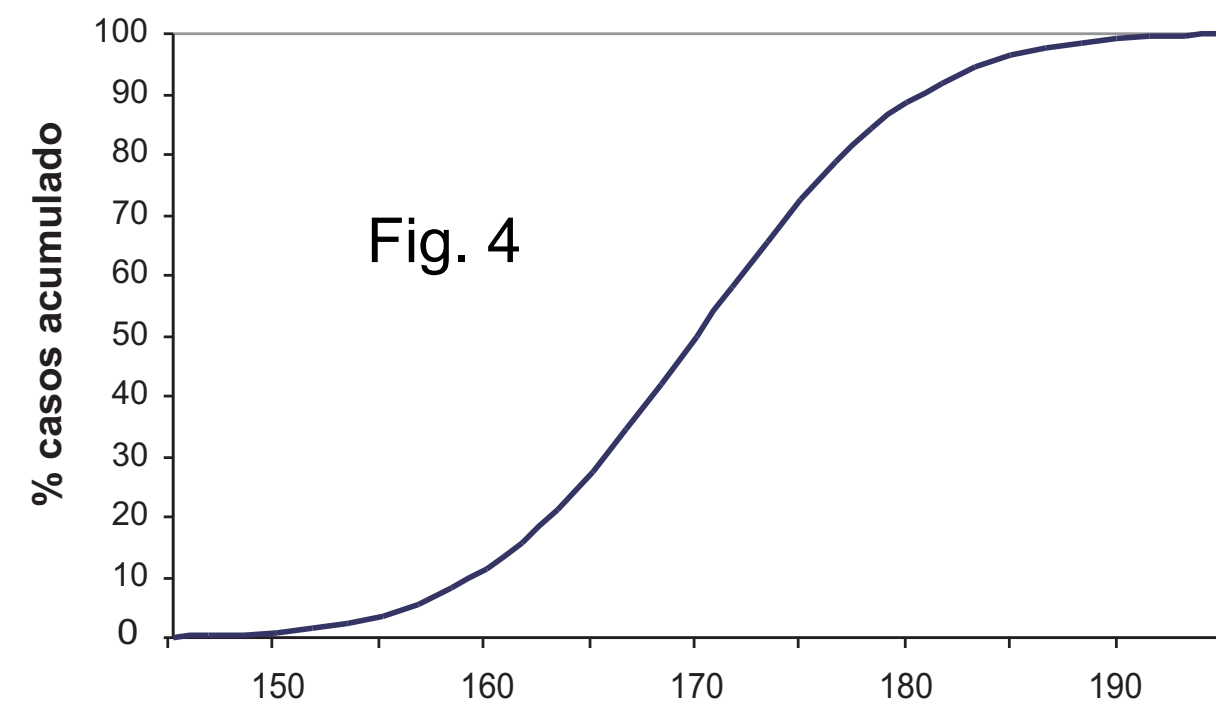
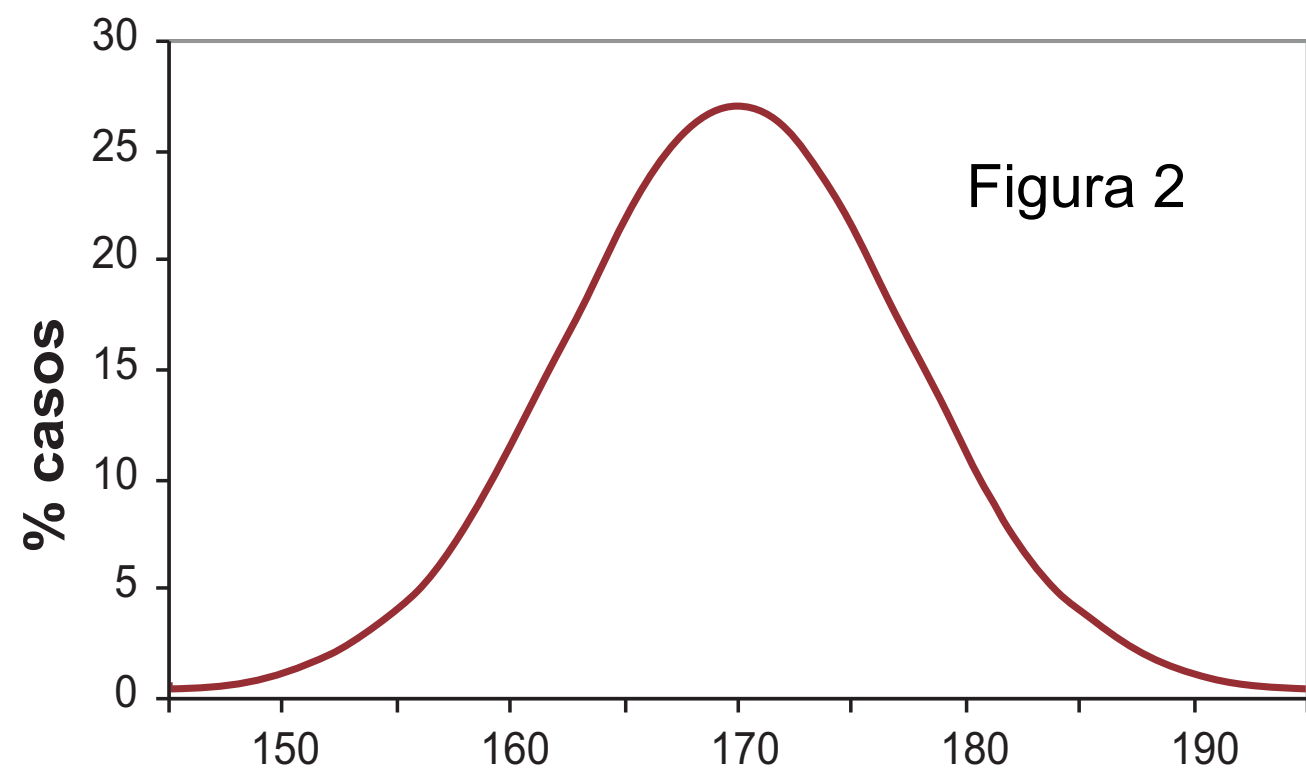
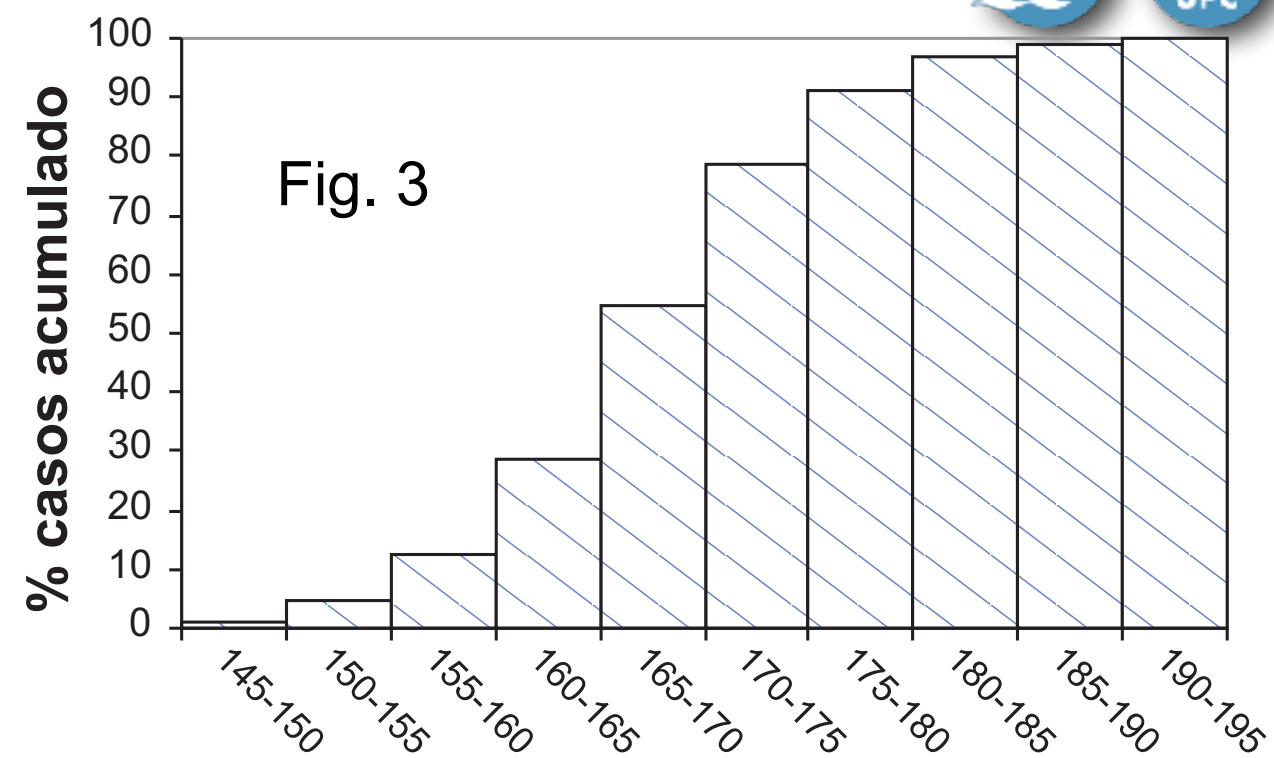
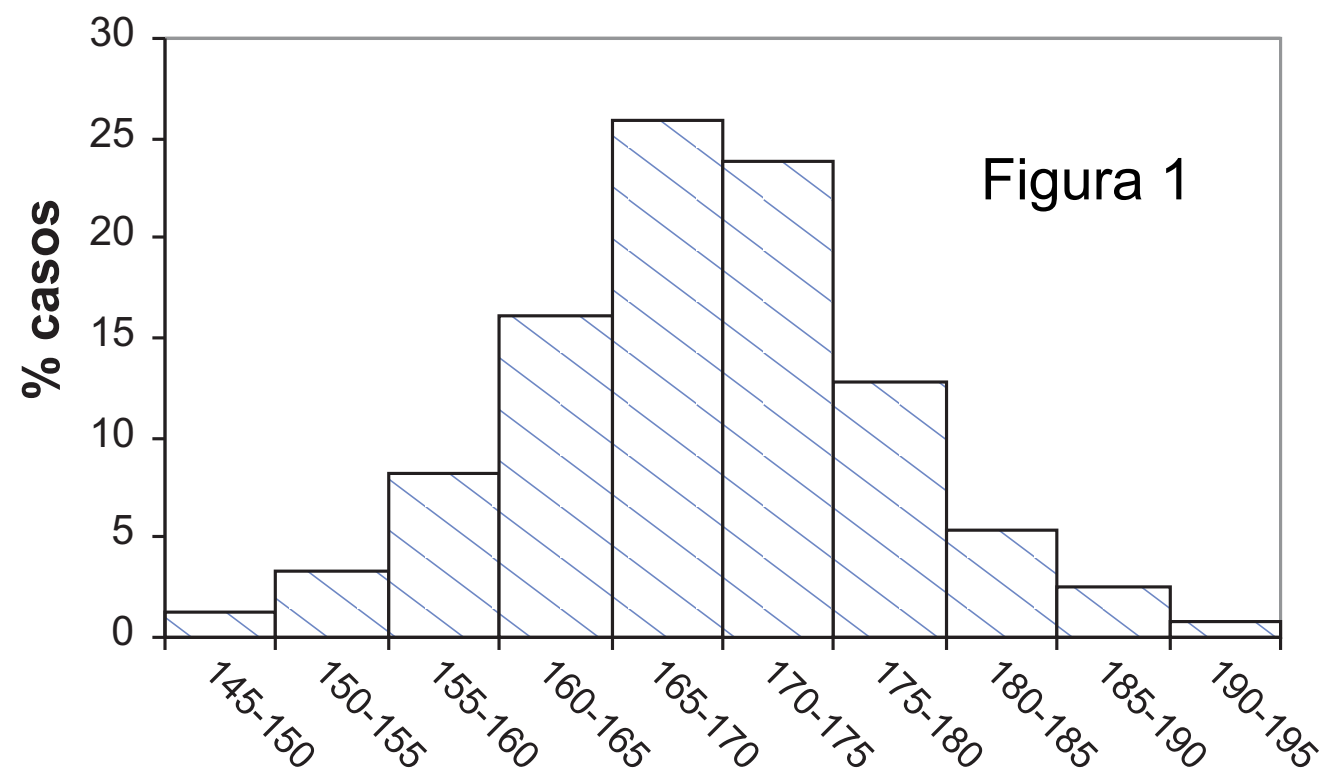
INFERENCIA ESTADÍSTICA

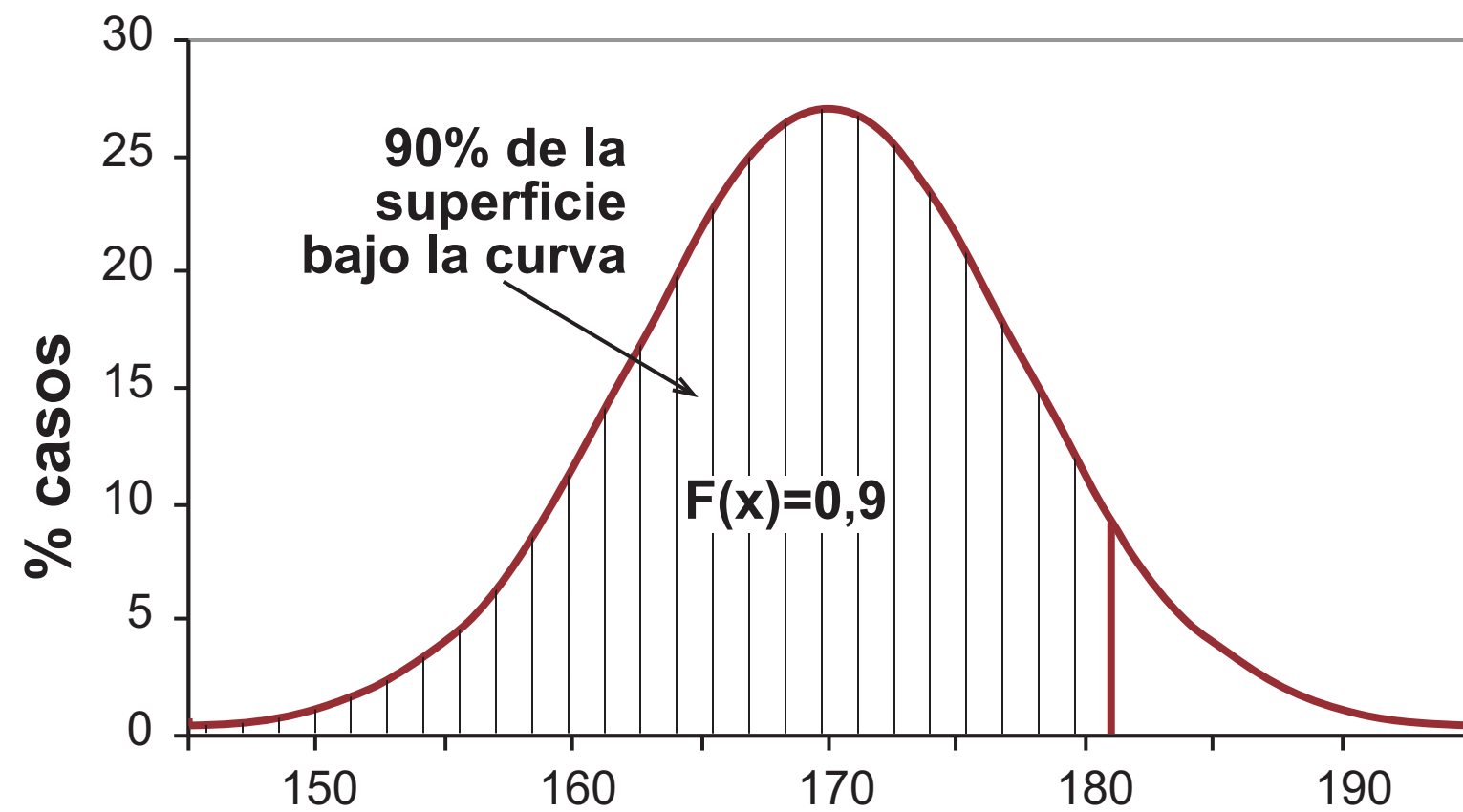


INFERENCIA ESTADÍSTICA

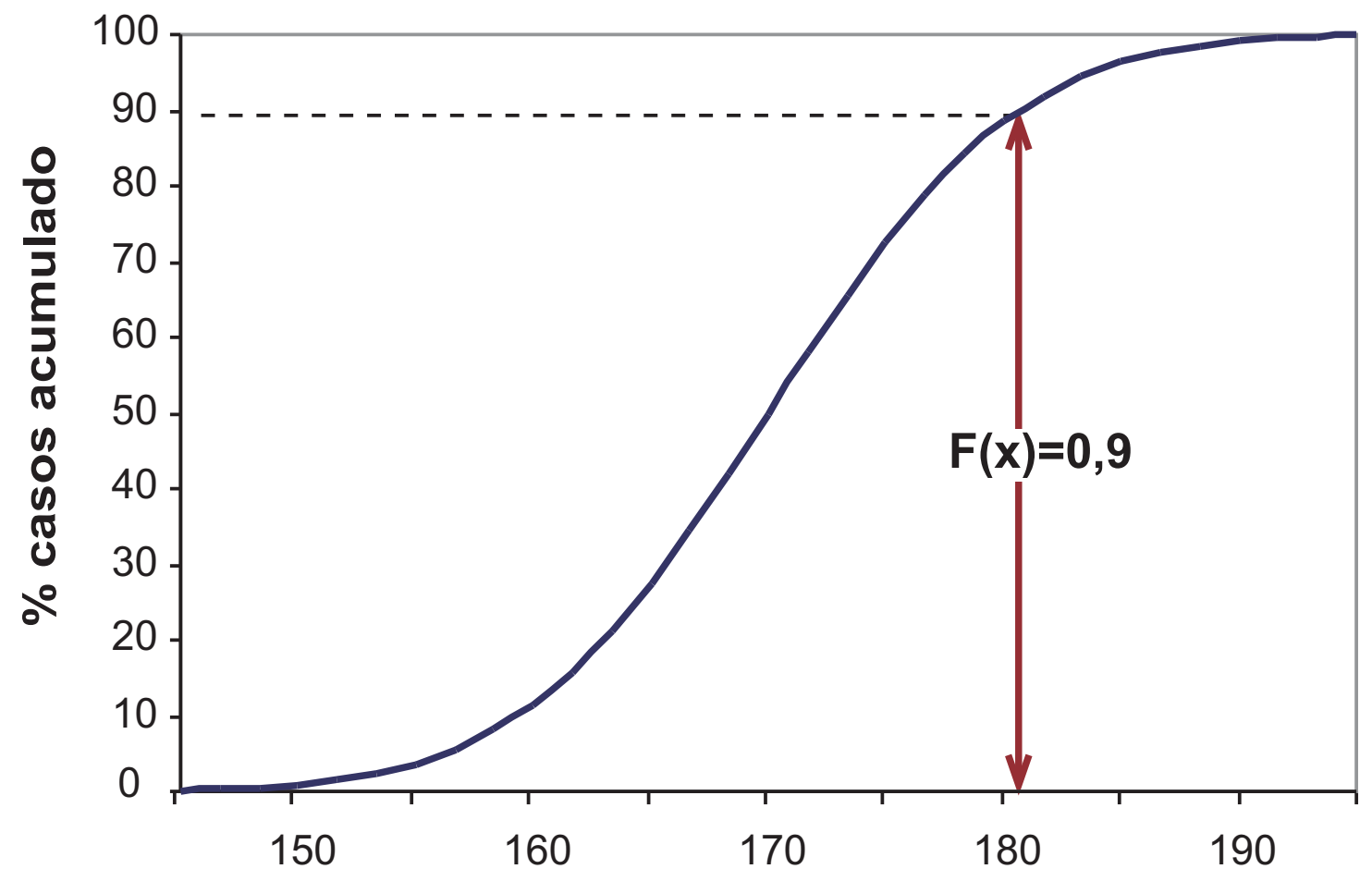








$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) \cdot dx$$



FUNCIÓ DE DISTRIBUCIÓ DE GAUSS O NORMAL

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Funcio de densitat de probabilitat de Gauss o Normal $N(\mu, \sigma)$

$$N(0, 1) = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Funcio de densitat de probabilitat de Gauss o Normal $N(0, 1)$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du,$$

Funcio de distribució de probabilitat de Gauss o Normal $N(\mu, \sigma)$

Ley de Gauss: Probabilidad de que z sea mayor o igual a ...

(Las columnas indican la segunda decimal. Ejemplo: Probabilidad de que z sea > 1,41 es 0,07927)

Para valores de z negativos, tomar 1-tabla. Ejemplo: Probabilidad de que z sea $\geq -1,41$ es $1 - 0,07927 = 0,92073$

Para probabilidades > 0,50, el valor de z será el indicado por la tabla para la probabilidad complementaria, pero con signo –

Ejemplo : Valor de z con probabilidad de ser superado de 0,80. Para la probabilidad complementaria (0,20) la tabla indica z=0,84. Por tanto para probabilidad 0,80 adoptaremos –0,84

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,50000	0,49601	0,49202	0,48803	0,48405	0,48006	0,47608	0,47210	0,46812	0,46414
0,1	0,46017	0,45620	0,45224	0,44828	0,44433	0,44038	0,43644	0,43251	0,42858	0,42465
0,2	0,42074	0,41683	0,41294	0,40905	0,40517	0,40129	0,39743	0,39358	0,38974	0,38591
0,3	0,38209	0,37828	0,37448	0,37070	0,36693	0,36317	0,35942	0,35569	0,35197	0,34827
0,4	0,34458	0,34090	0,33724	0,33360	0,32997	0,32636	0,32276	0,31918	0,31561	0,31207
0,5	0,30854	0,30503	0,30153	0,29806	0,29460	0,29116	0,28774	0,28434	0,28096	0,27760
0,6	0,27425	0,27093	0,26763	0,26435	0,26109	0,25785	0,25463	0,25143	0,24825	0,24510
0,7	0,24196	0,23885	0,23576	0,23270	0,22965	0,22663	0,22363	0,22065	0,21770	0,21476
0,8	0,21186	0,20897	0,20611	0,20327	0,20045	0,19766	0,19489	0,19215	0,18943	0,18673
0,9	0,18406	0,18141	0,17879	0,17619	0,17361	0,17106	0,16853	0,16602	0,16354	0,16109
1,0	0,15866	0,15625	0,15386	0,15151	0,14917	0,14686	0,14457	0,14231	0,14007	0,13786
1,1	0,13567	0,13350	0,13136	0,12924	0,12714	0,12507	0,12302	0,12100	0,11900	0,11702
1,2	0,11507	0,11314	0,11123	0,10935	0,10749	0,10565	0,10383	0,10204	0,10027	0,09853
1,3	0,09680	0,09510	0,09342	0,09176	0,09012	0,08851	0,08692	0,08534	0,08379	0,08226
1,4	0,08076	0,07927	0,07780	0,07636	0,07493	0,07353	0,07215	0,07078	0,06944	0,06811
1,5	0,06681	0,06552	0,06426	0,06301	0,06178	0,06057	0,05938	0,05821	0,05705	0,05592
1,6	0,05480	0,05370	0,05262	0,05155	0,05050	0,04947	0,04846	0,04746	0,04648	0,04551
1,7	0,04457	0,04363	0,04272	0,04182	0,04093	0,04006	0,03920	0,03836	0,03754	0,03673
1,8	0,03593	0,03515	0,03438	0,03362	0,03288	0,03216	0,03144	0,03074	0,03005	0,02938
1,9	0,02872	0,02807	0,02743	0,02680	0,02619	0,02559	0,02500	0,02442	0,02385	0,02330
2,0	0,02275	0,02222	0,02169	0,02118	0,02068	0,02018	0,01970	0,01923	0,01876	0,01831
2,1	0,01786	0,01743	0,01700	0,01659	0,01618	0,01578	0,01539	0,01500	0,01463	0,01426
2,2	0,01390	0,01355	0,01321	0,01287	0,01255	0,01222	0,01191	0,01160	0,01130	0,01101
2,3	0,01072	0,01044	0,01017	0,00990	0,00964	0,00939	0,00914	0,00889	0,00866	0,00842
2,4	0,00820	0,00798	0,00776	0,00755	0,00734	0,00714	0,00695	0,00676	0,00657	0,00639
2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,00570	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,00480
2,6	0,00466	0,00453	0,00440	0,00427	0,00415	0,00402	0,00391	0,00379	0,00368	0,00357
2,7	0,00347	0,00336	0,00326	0,00317	0,00307	0,00298	0,00289	0,00280	0,00272	0,00264
2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100

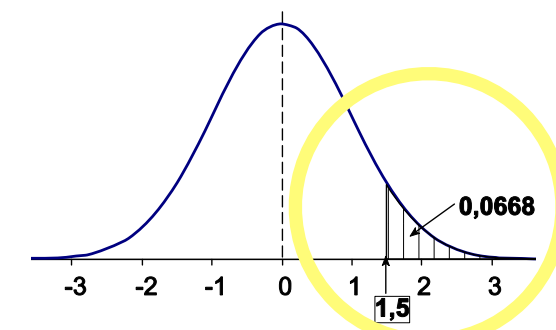
$$z = \frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

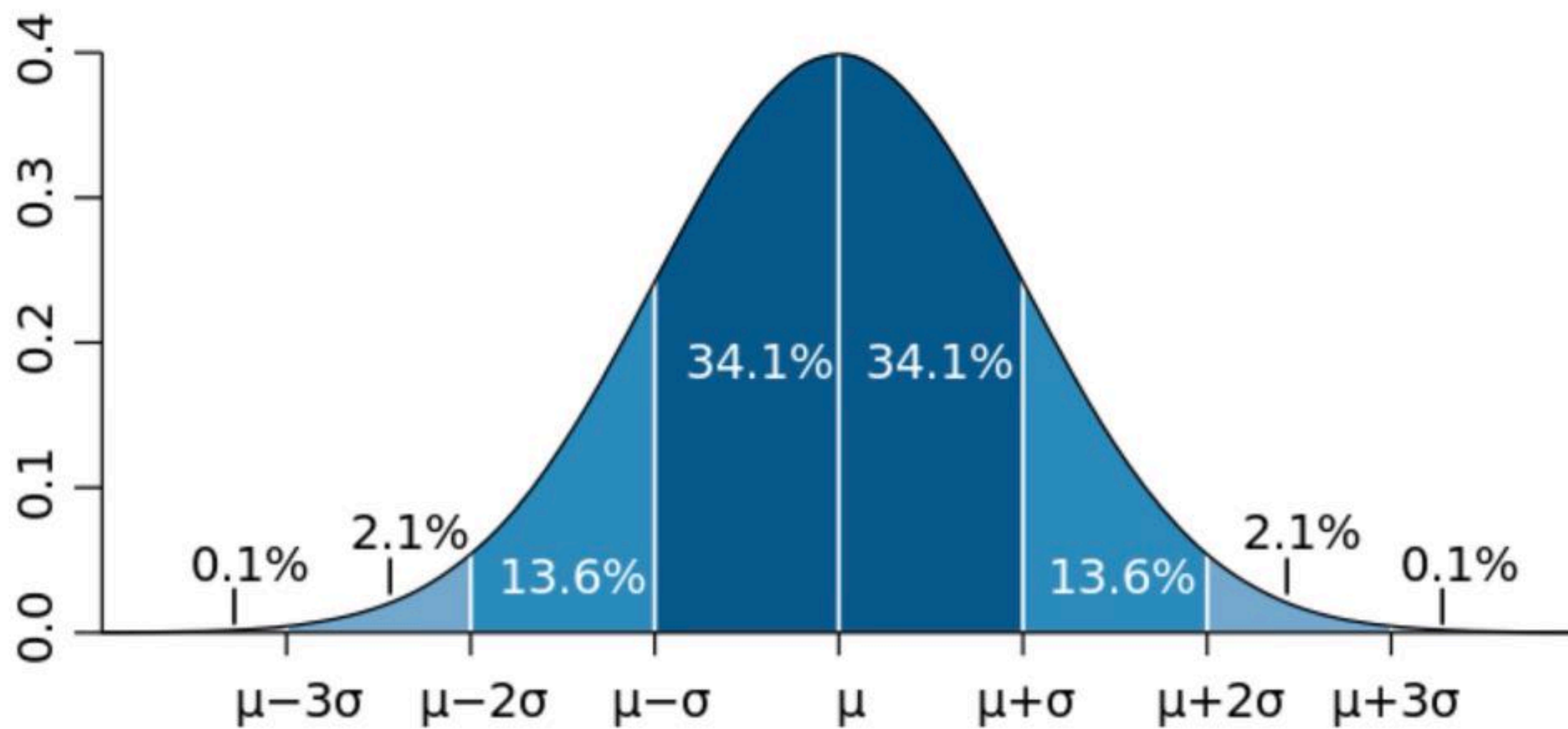
donde: x = puntuación bruta
 z = puntuación estandarizada
 $\bar{x}$ = media aritmética
 s_x = desviación estándar

Representación gráfica de la probabilidad proporcionada por esta tabla:

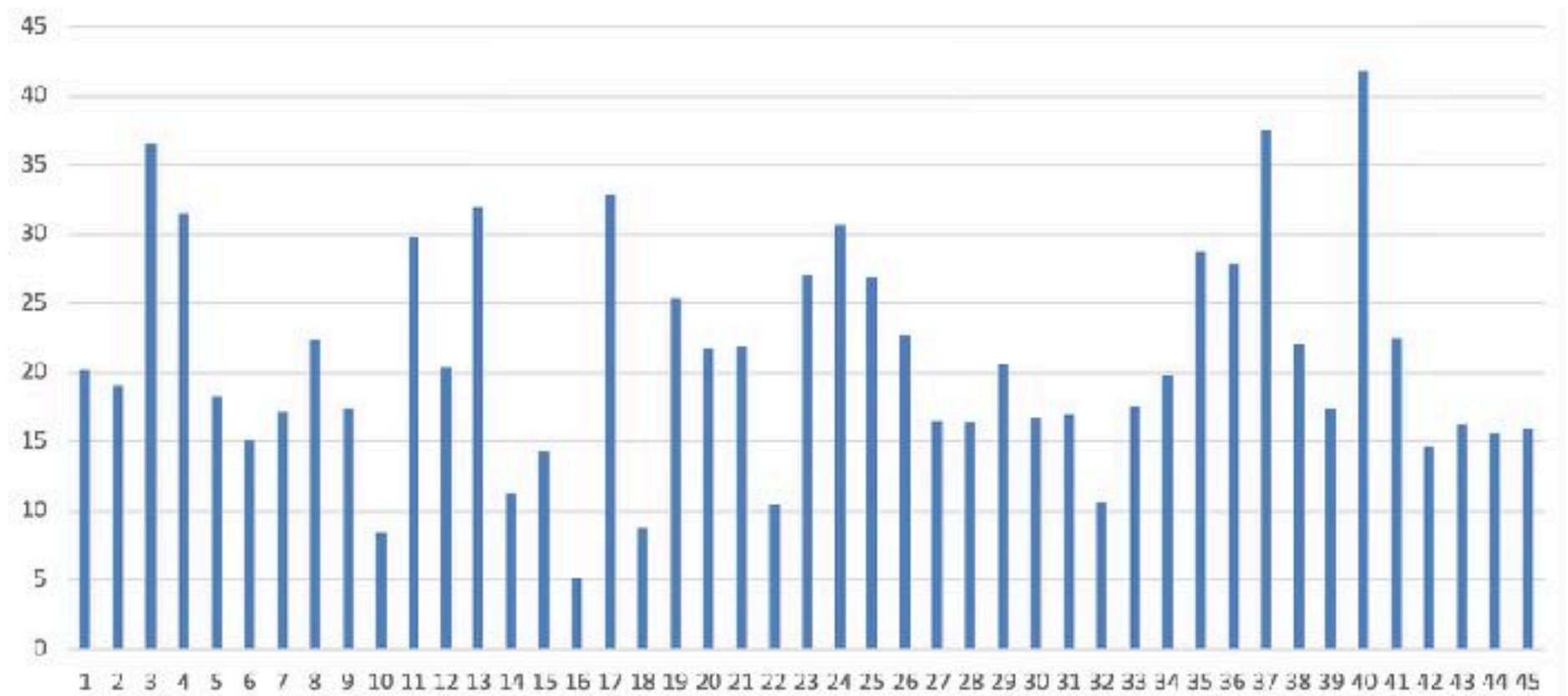
Si toda el área bajo la curva de Gauss vale 1 (ya que bajo la curva se encuentran el 100% de los casos), la tabla nos da la parte de dicha área superior a la puntuación dada.

A la derecha vemos un ejemplo: para $z = 1,5$ la tabla nos proporciona el valor **0,0668** que es la parte rayada del dibujo (el 6,68% de la superficie total bajo la curva) y representa **los casos que superan a la media en 1,5 desviaciones estándar**





	Q mig anual (m ³ /s)
1	20,22
2	19,17
3	36,57
4	31,56
5	18,35
6	15,08
7	17,17
8	22,4
9	17,46
10	8,46
11	29,85
12	20,38
13	31,91
14	11,28
15	14,32
16	5,17
17	32,92
18	8,75
19	25,41
20	21,74
21	21,86
22	10,52
23	27,09
24	30,74
25	26,97
26	22,66
27	16,51
28	16,45
29	20,63
30	16,7
31	17,02
32	10,68
33	17,59
34	19,81
35	28,74
36	27,85
37	37,55
38	22,09
39	17,46
40	41,83
41	22,47
42	14,7
43	16,29
44	15,59
45	16



ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors
observats de la variable

1	Q mig anual (m ³ /s) ordenats	
	1	5,17
	2	8,46
	3	8,75
	4	10,52
	5	10,68
	6	11,28
	7	14,32
	8	14,7
	9	15,08
	10	15,59
	11	16
	12	16,29
	13	16,45
	14	16,51
	15	16,7
	16	17,02
	17	17,17
	18	17,46
	19	17,46
	20	17,59
	21	18,35
	22	19,17
	23	19,81
	24	20,22
	25	20,38
	26	20,63
	27	21,74
	28	21,86
	29	22,09
	30	22,4
	31	22,47
	32	22,66
	33	25,41
	34	26,97
	35	27,09
	36	27,85
	37	28,74
	38	29,85
	39	30,74
	40	31,56
	41	31,91
	42	32,92
	43	36,57
	44	37,55
N	45	41,83

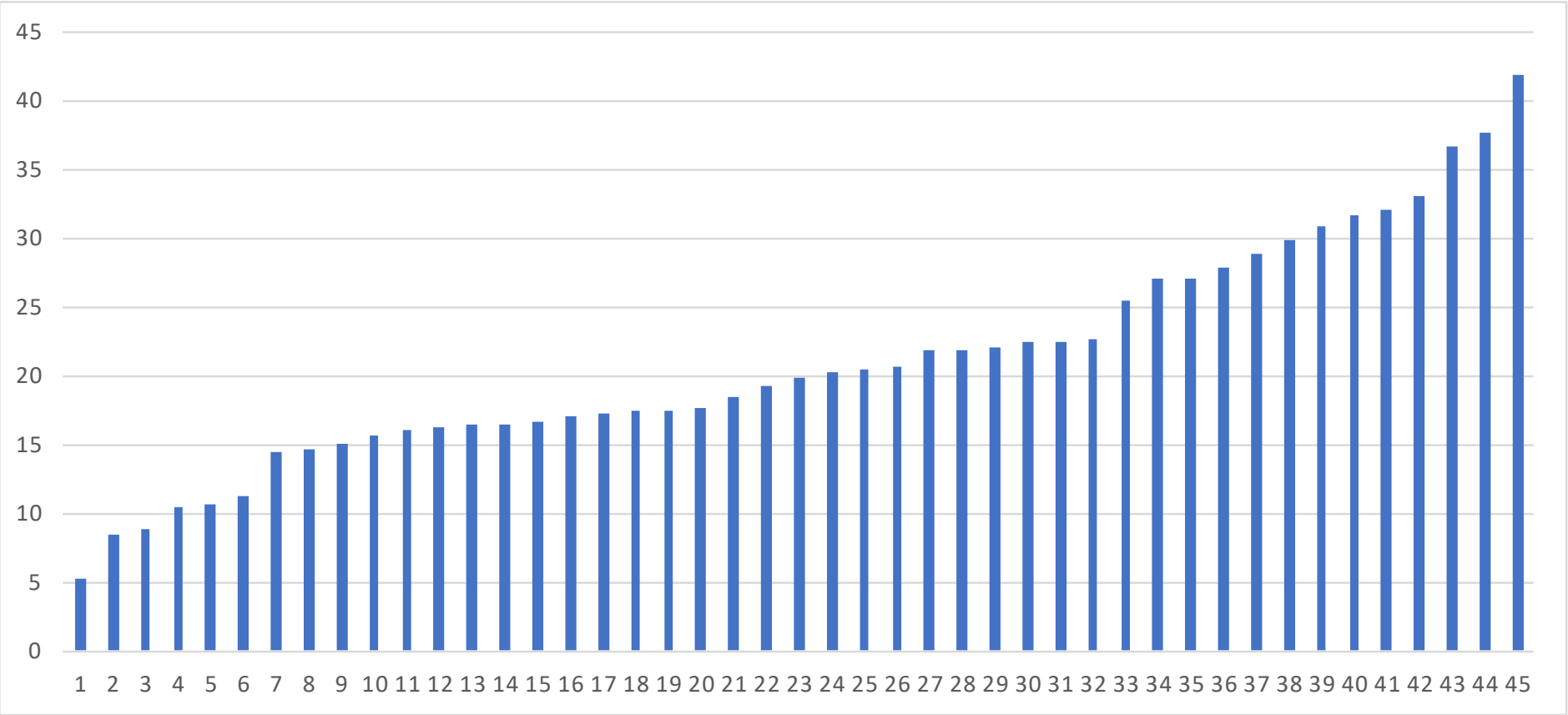
ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable

1

Q mig anual (m3/s) ordenats		
1	5,17	
2	8,46	
3	8,75	
4	10,52	
5	10,68	
6	11,28	
7	14,32	
8	14,7	
9	15,08	
10	15,59	
11	16	
12	16,29	
13	16,45	
14	16,51	
15	16,7	
16	17,02	
17	17,17	
18	17,46	
19	17,46	
20	17,59	
21	18,35	
22	19,17	
23	19,81	
24	20,22	
25	20,38	
26	20,63	
27	21,74	
28	21,86	
29	22,09	
30	22,4	
31	22,47	
32	22,66	
33	25,41	
34	26,97	
35	27,09	
36	27,85	
37	28,74	
38	29,85	
39	30,74	
40	31,56	
41	31,91	
42	32,92	
43	36,57	
44	37,55	
45	41,83	

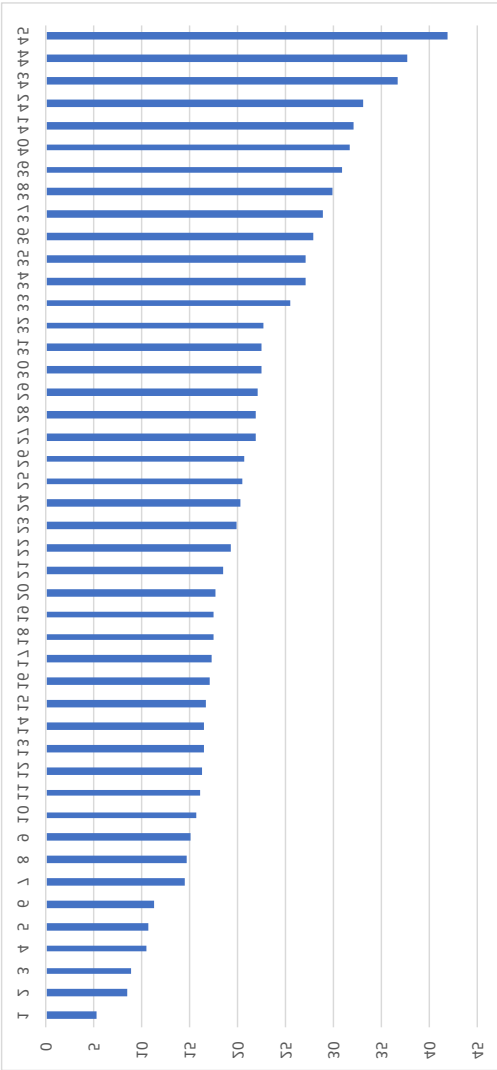
N



ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable

Q mig anual (m3/s) ordenats		
1	1	5,17
	2	8,46
	3	8,75
	4	10,52
	5	10,68
	6	11,28
	7	14,32
	8	14,7
	9	15,08
	10	15,59
	11	16
	12	16,29
	13	16,45
	14	16,51
	15	16,7
	16	17,02
	17	17,17
	18	17,46
	19	17,46
	20	17,59
	21	18,35
	22	19,17
	23	19,81
	24	20,22
	25	20,38
	26	20,63
	27	21,74
	28	21,86
	29	22,09
	30	22,4
	31	22,47
	32	22,66
	33	25,41
	34	26,97
	35	27,09
	36	27,85
	37	28,74
	38	29,85
	39	30,74
	40	31,56
	41	31,91
	42	32,92
	43	36,57
	44	37,55
	45	41,83



1

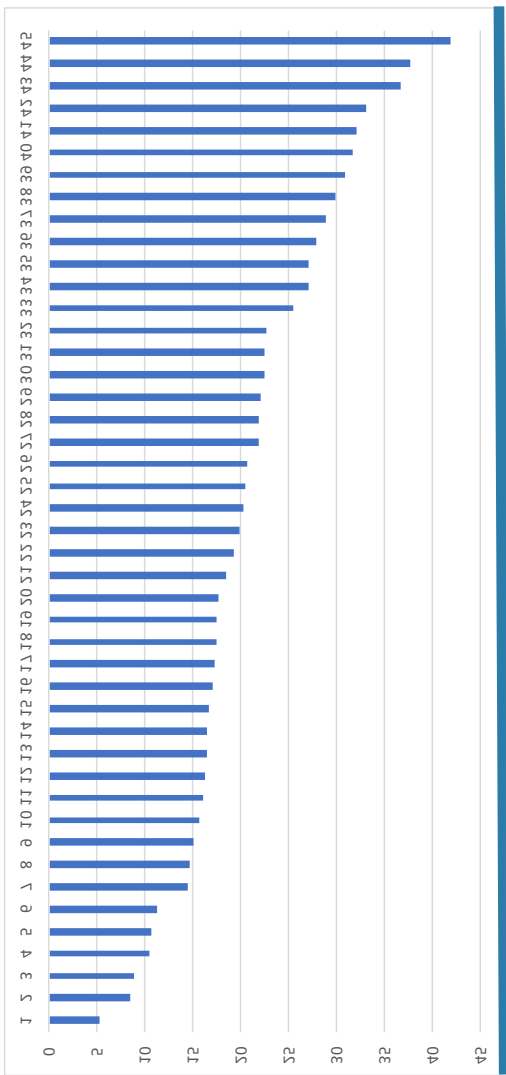
Q mig anual
(m3/s)
ordenats

1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7
9	15,08
10	15,59
11	16
12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83

N

ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable



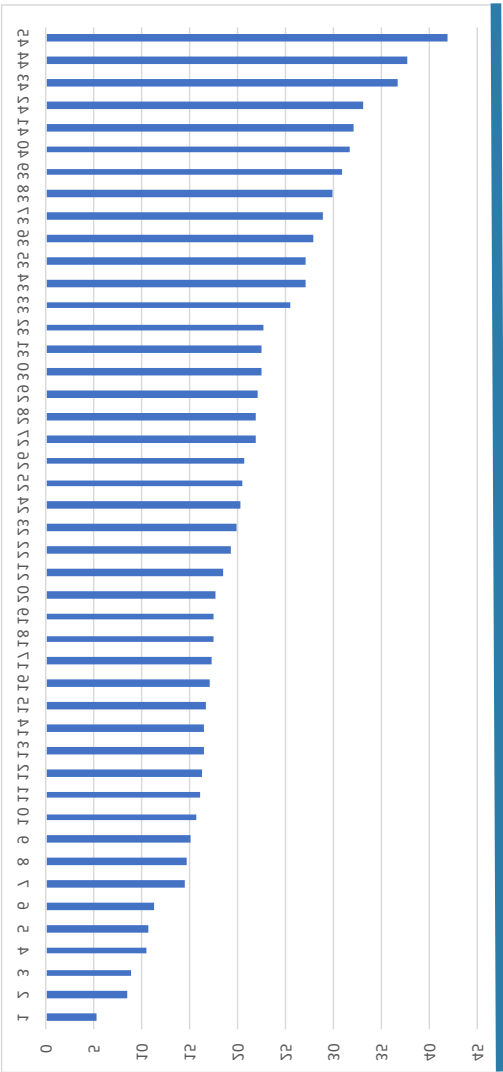
ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable

1

Q mig anual (m3/s) ordenats		
1	5,17	
2	8,46	
3	8,75	
4	10,52	
5	10,68	
6	11,28	
7	14,32	
8	14,7	
9	15,08	
10	15,59	
11	16	
12	16,29	
13	16,45	
14	16,51	
15	16,7	
16	17,02	
17	17,17	
18	17,46	
19	17,46	
20	17,59	
21	18,35	
22	19,17	
23	19,81	
24	20,22	
25	20,38	
26	20,63	
27	21,74	
28	21,86	
29	22,09	
30	22,4	
31	22,47	
32	22,66	
33	25,41	
34	26,97	
35	27,09	
36	27,85	
37	28,74	
38	29,85	
39	30,74	
40	31,56	
41	31,91	
42	32,92	
43	36,57	
44	37,55	
45	41,83	

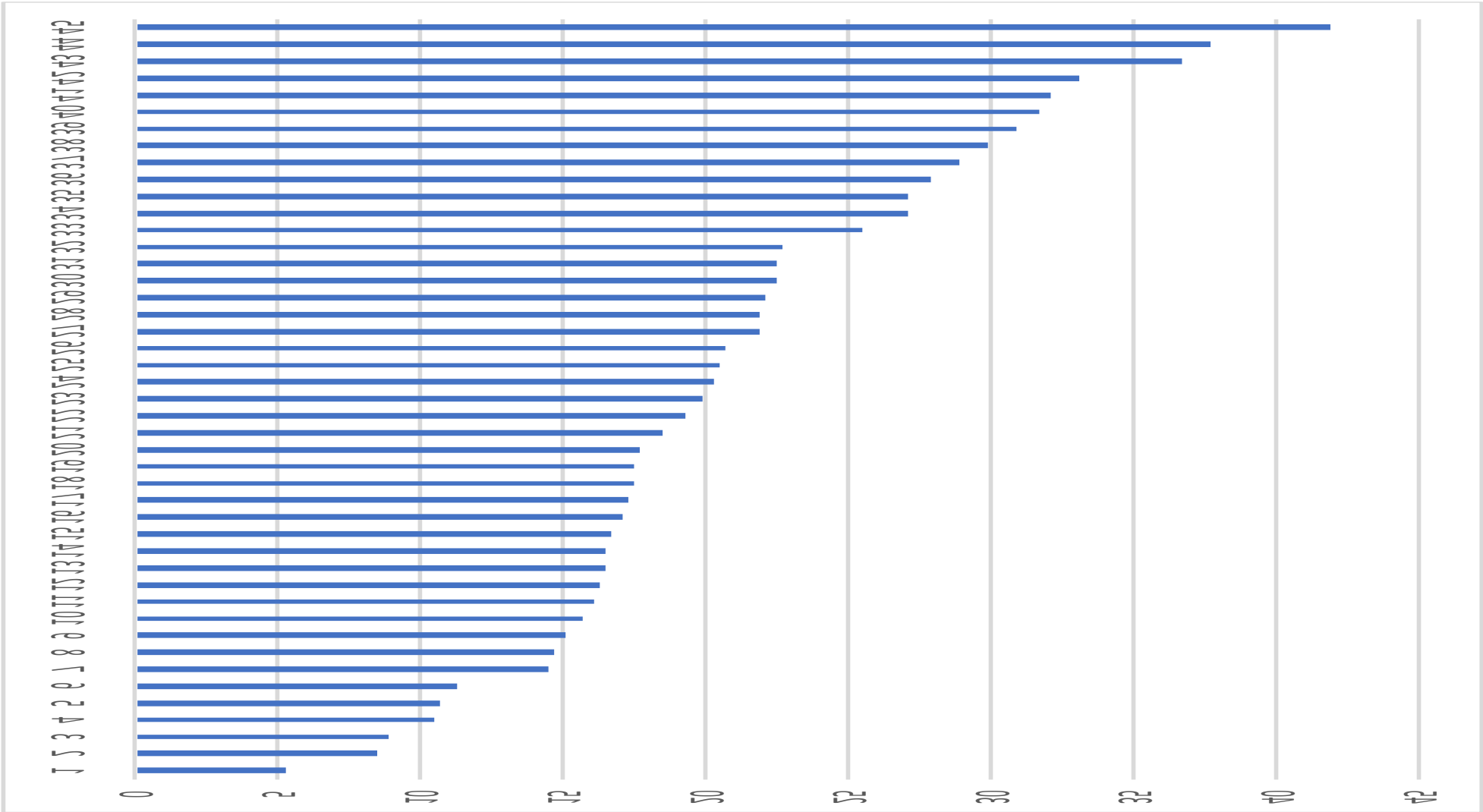
N



ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de < a > els valors observats de la variable

Q mig anual (m3/s) ordenats		
1	1	5,17
	2	8,46
	3	8,75
	4	10,52
	5	10,68
	6	11,28
	7	14,32
	8	14,7
	9	15,08
	10	15,59
	11	16
	12	16,29
	13	16,45
	14	16,51
	15	16,7
	16	17,02
	17	17,17
	18	17,46
	19	17,46
	20	17,59
	21	18,35
	22	19,17
	23	19,81
	24	20,22
	25	20,38
	26	20,63
	27	21,74
	28	21,86
	29	22,09
	30	22,4
	31	22,47
	32	22,66
	33	25,41
	34	26,97
	35	27,09
	36	27,85
	37	28,74
	38	29,85
	39	30,74
	40	31,56
	41	31,91
	42	32,92
	43	36,57
	44	37,55
	45	41,83



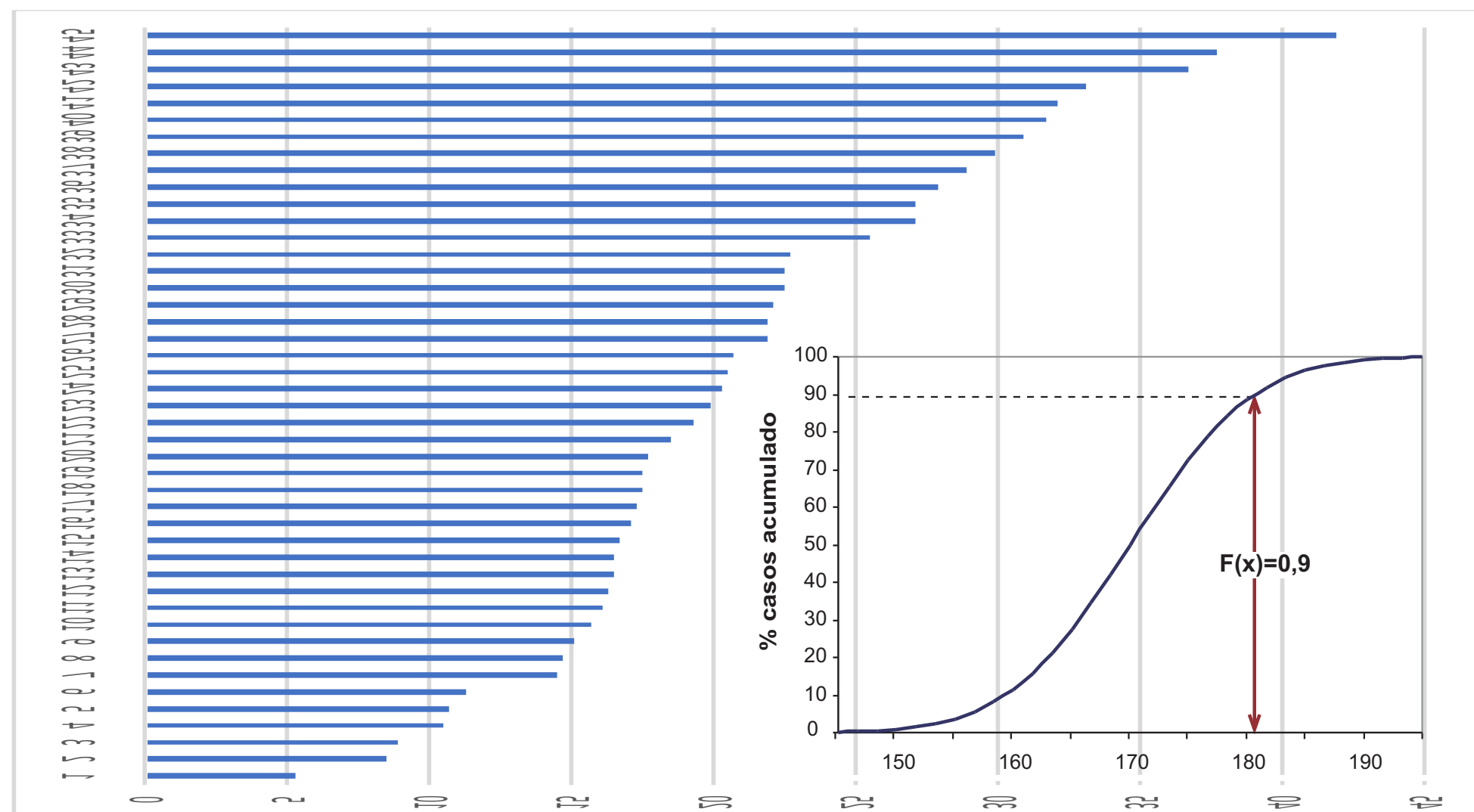
ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable

1

Q mig anual (m3/s) ordenats	
1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7
9	15,08
10	15,59
11	16
12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83

N



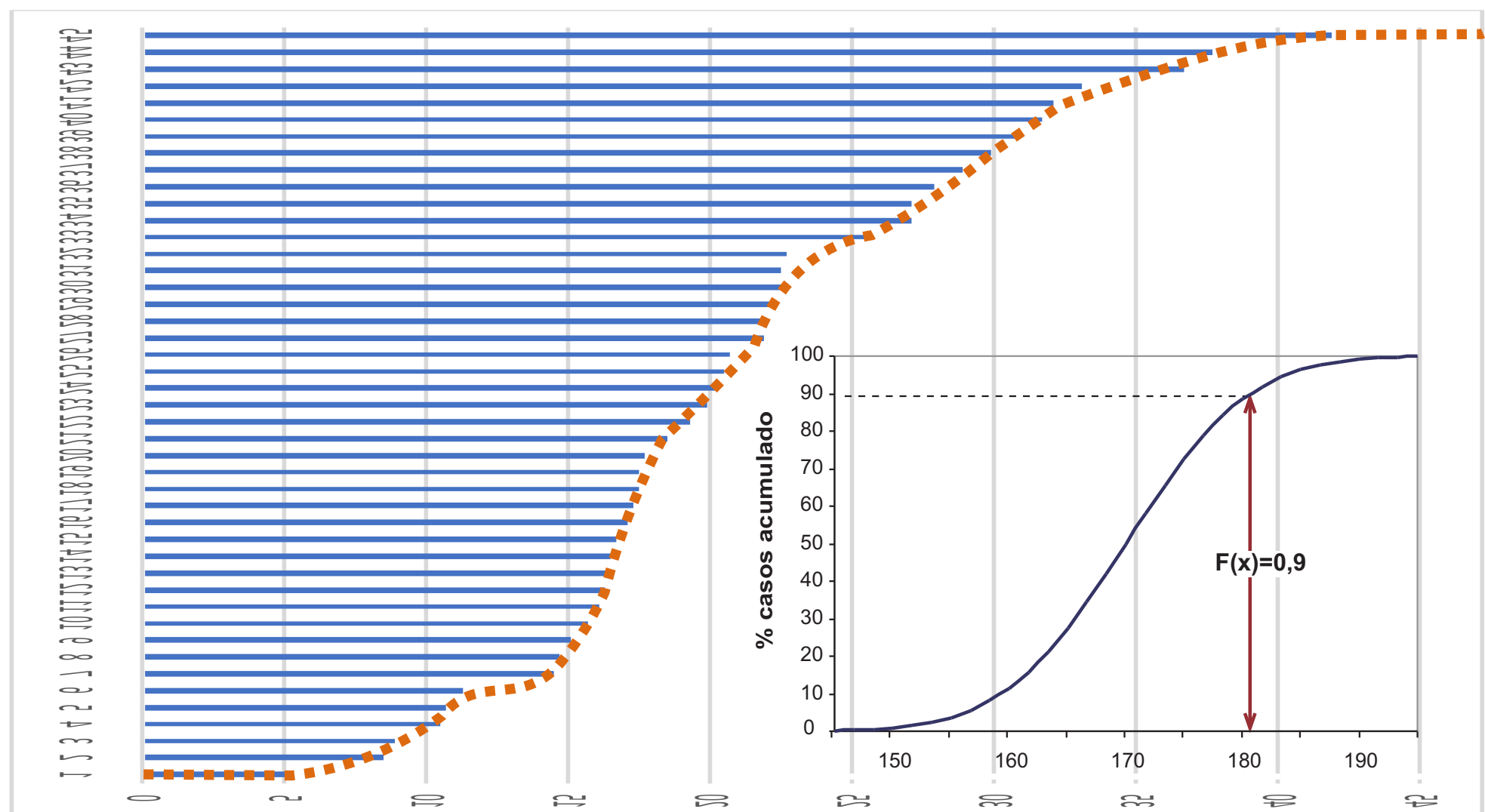
ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable

1

Q mig anual (m3/s) ordenats	
1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7
9	15,08
10	15,59
11	16
12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83

N



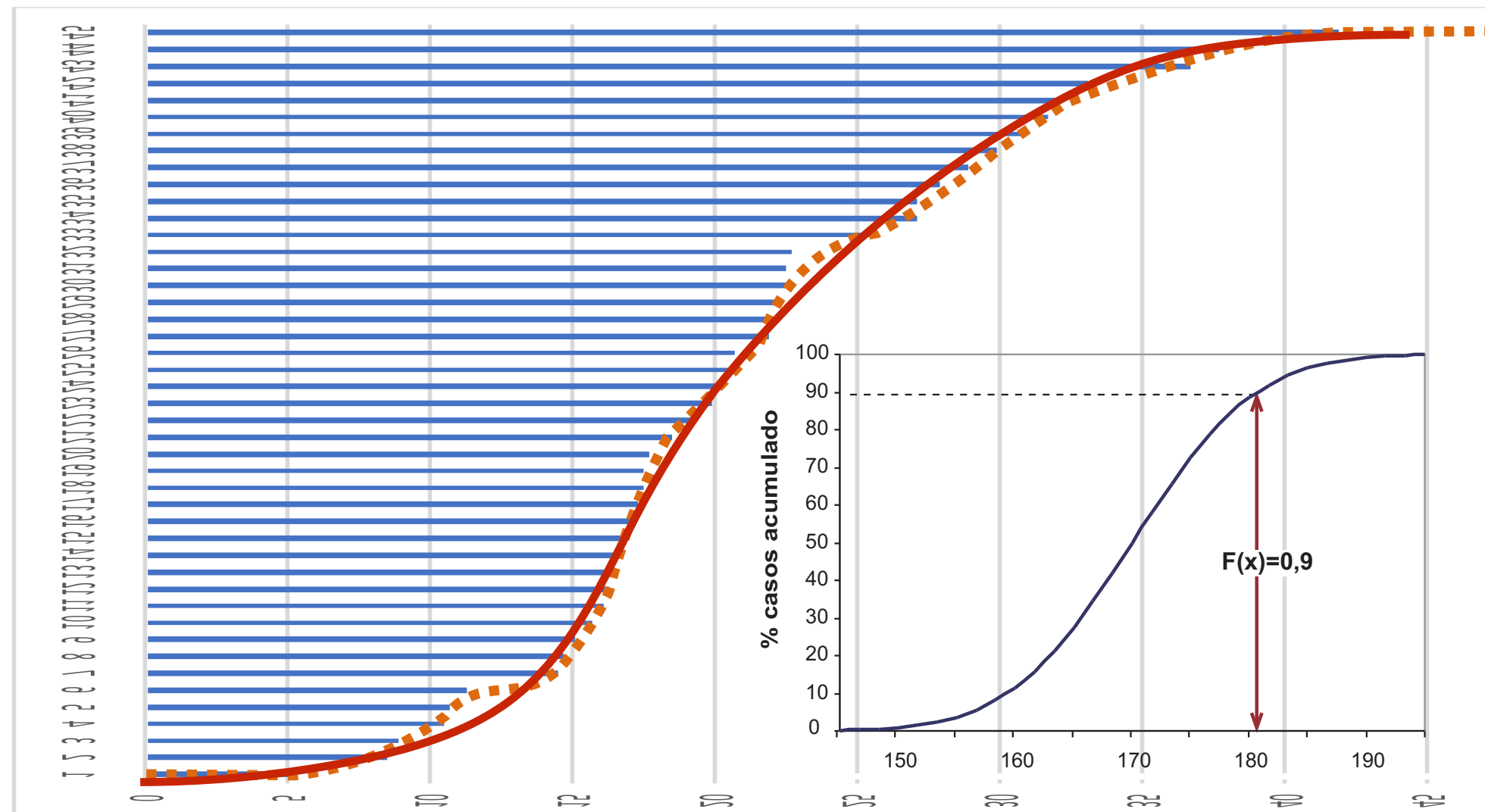
ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Ordenem de $< a >$ els valors observats de la variable

1

	Q mig anual (m3/s) ordenats
1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7
9	15,08
10	15,59
11	16
12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83

N



ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

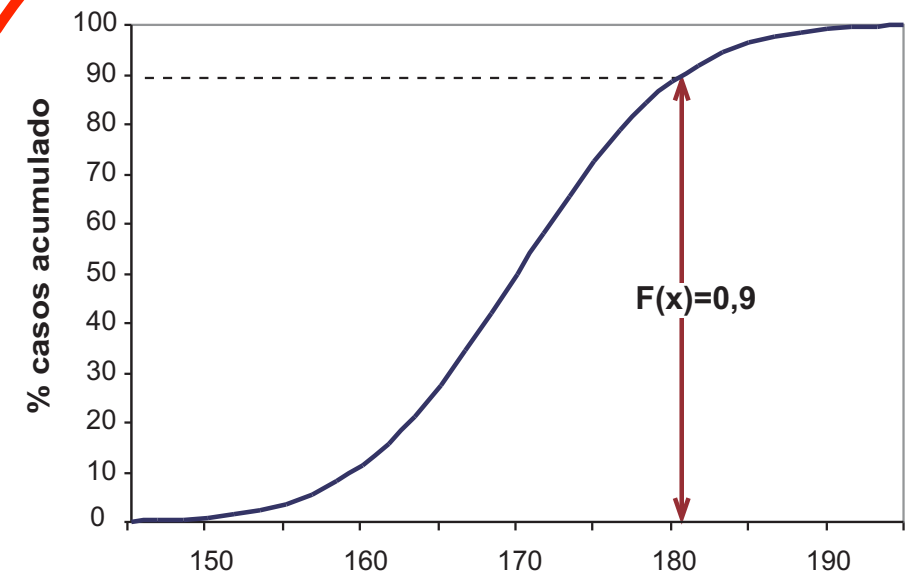
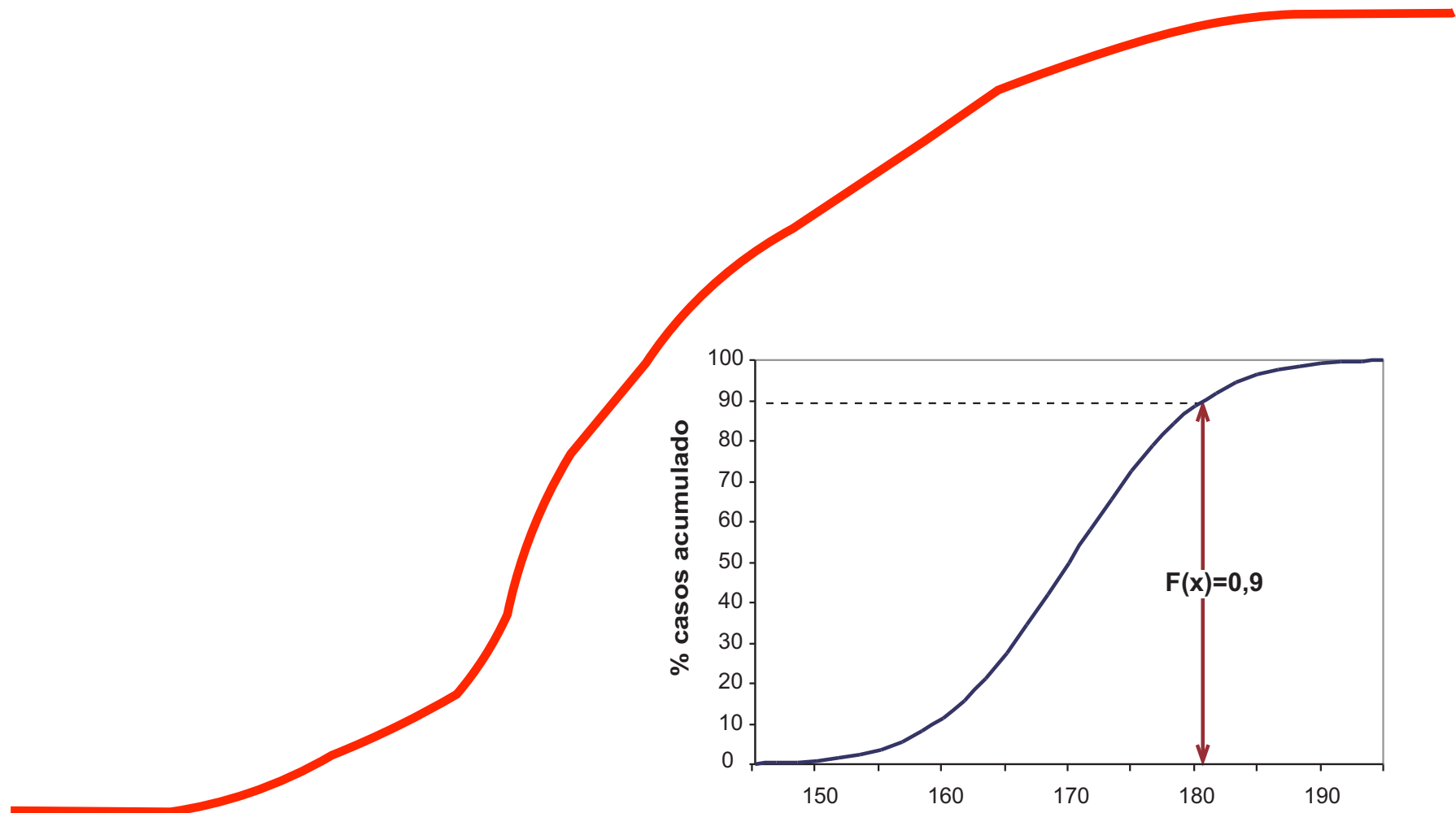
Assignem una freqüència empírica

$F_e(q_i)$ = Percentatge de valors
que son més petits o iguals que

$$q_i \approx P(Q \leq q_i)$$

Posicio J

Q mig anual (m3/s) ordenats	
1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7
9	15,08
10	15,59
11	16
12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83



ESTIMACIÓ DE FREQÜÈNCIES EMPÍRIQUES

Assignem una freqüència empírica

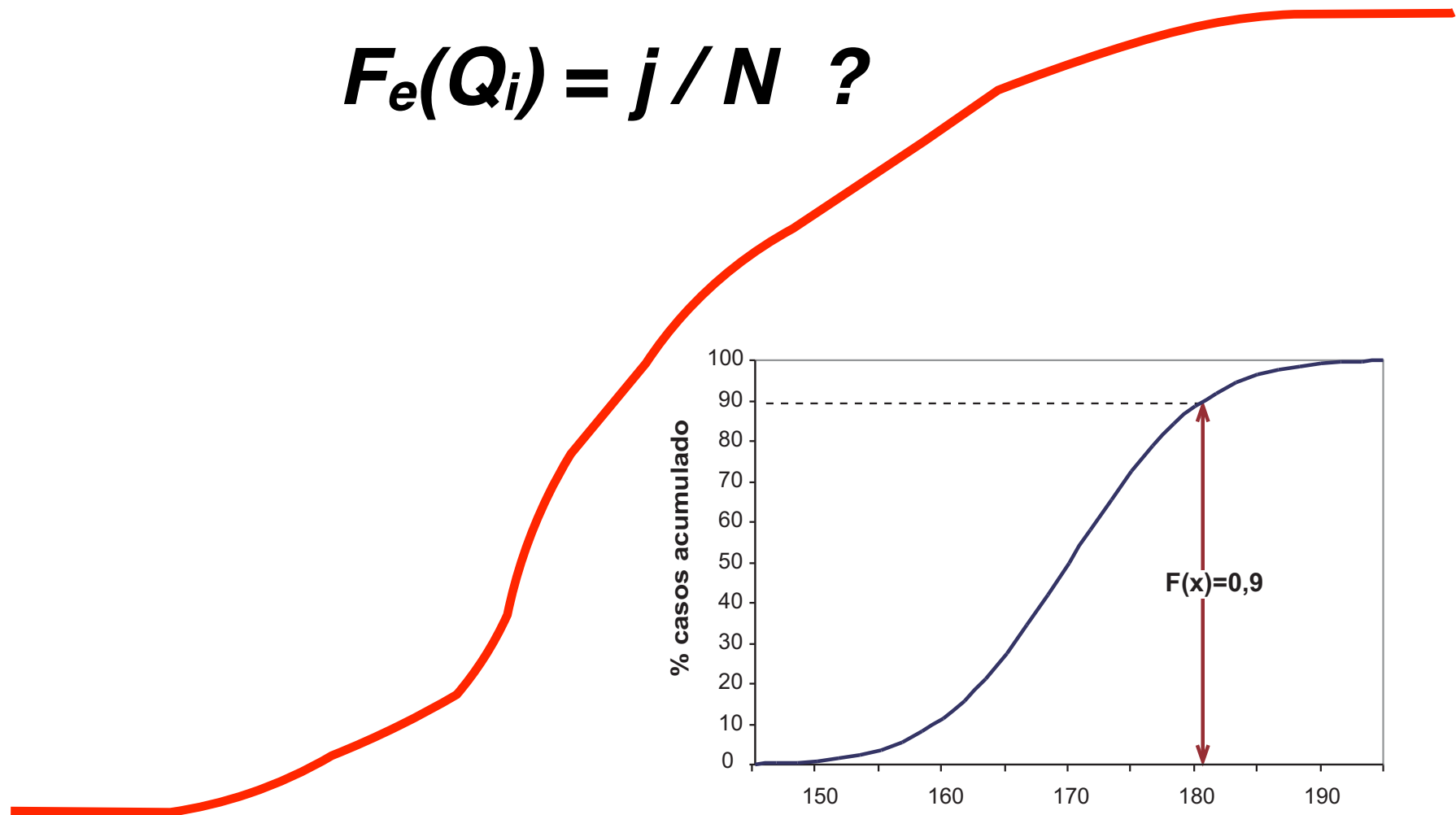
$F_e(q_i)$ = Percentatge de valors
que son més petits o iguals que

$$q_i \approx P(Q \leq q_i)$$

$$F_e(Q_i) = j / N \quad ?$$

Posicio J

Q mig anual (m3/s) ordenats	
1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7
9	15,08
10	15,59
11	16
12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83



Posicio J	Q mig anual (m3/s) ordenats	(j-
1	1	5,17
	2	8,46
	3	8,75
	4	10,52
	5	10,68
	6	11,28
	7	14,32
	8	14,7
	9	15,08
	10	15,59
	11	16
	12	16,29
	13	16,45
	14	16,51
	15	16,7
	16	17,02
	17	17,17
	18	17,46
	19	17,46
	20	17,59
	21	18,35
	22	19,17
	23	19,81
	24	20,22
	25	20,38
	26	20,63
	27	21,74
	28	21,86
	29	22,09
	30	22,4
	31	22,47
	32	22,66
	33	25,41
	34	26,97
	35	27,09
	36	27,85
	37	28,74
	38	29,85
	39	30,74
	40	31,56
	41	31,91
	42	32,92
	43	36,57
	44	37,55
N	45	41,83

Freqüència empírica $\approx$
estimador de probabilidad

$$F_e(q_i) \approx P(Q \leq q_i) =$$

$$= 1 - P(Q > q_i)$$

Farem servir
l'estimador de Hazen

$$F_e(Q_i) = (j - 0,5) / N$$

Posicio J Q mig anual
(m3/s)
ordenats $Fe = (J - 0,5) / N$

1	1	5,17	0,011111111
	2	8,46	0,033333333
	3	8,75	0,055555556
	4	10,52	0,077777778
	5	10,68	0,1
	6	11,28	0,122222222
	7	14,32	0,144444444
	8	14,7	0,166666667
	9	15,08	0,188888889
	10	15,59	0,211111111
	11	16	0,233333333
	12	16,29	0,255555556
	13	16,45	0,277777778
	14	16,51	0,3
	15	16,7	0,322222222
	16	17,02	0,344444444
	17	17,17	0,366666667
	18	17,46	0,388888889
	19	17,46	0,411111111
	20	17,59	0,433333333
	21	18,35	0,455555556
	22	19,17	0,477777778
	23	19,81	0,5
	24	20,22	0,522222222
	25	20,38	0,544444444
	26	20,63	0,566666667
	27	21,74	0,588888889
	28	21,86	0,611111111
	29	22,09	0,633333333
	30	22,4	0,655555556
	31	22,47	0,677777778
	32	22,66	0,7
	33	25,41	0,722222222
	34	26,97	0,744444444
	35	27,09	0,766666667
	36	27,85	0,788888889
	37	28,74	0,811111111
	38	29,85	0,833333333
	39	30,74	0,855555556
	40	31,56	0,877777778
	41	31,91	0,9
	42	32,92	0,922222222
	43	36,57	0,944444444
	44	37,55	0,966666667
N	45	41,83	0,988888889

Freqüència empírica $\approx$
estimador de probabilidad

$$F_e(q_i) \approx P(Q \leq q_i) =$$

$$= 1 - P(Q > q_i)$$

Farem servir
l'estimador de Hazen

$$F_e(Q_i) = (j - 0,5) / N$$

Posicio J

Q mig anual
(m3/s)
ordenats

$$Fe = (J - 0,5) / N$$

P(X > x_j)

1

1	5,17	0,011111111	0,98888889
2	8,46	0,033333333	0,96666667
3	8,75	0,055555556	0,94444444
4	10,52	0,077777778	0,92222222
5	10,68	0,1	0,9
6	11,28	0,122222222	0,87777778
7	14,32	0,144444444	0,85555556
8	14,7	0,166666667	0,83333333
9	15,08	0,188888889	0,81111111
10	15,59	0,211111111	0,78888889
11	16	0,233333333	0,76666667
12	16,29	0,255555556	0,74444444
13	16,45	0,277777778	0,72222222
14	16,51	0,3	0,7
15	16,7	0,322222222	0,67777778
16	17,02	0,344444444	0,65555556
17	17,17	0,366666667	0,63333333
18	17,46	0,388888889	0,61111111
19	17,46	0,411111111	0,58888889
20	17,59	0,433333333	0,56666667
21	18,35	0,455555556	0,54444444
22	19,17	0,477777778	0,52222222
23	19,81	0,5	0,5
24	20,22	0,522222222	0,47777778
25	20,38	0,544444444	0,45555556
26	20,63	0,566666667	0,43333333
27	21,74	0,588888889	0,41111111
28	21,86	0,611111111	0,38888889
29	22,09	0,633333333	0,36666667
30	22,4	0,655555556	0,34444444
31	22,47	0,677777778	0,32222222
32	22,66	0,7	0,3
33	25,41	0,722222222	0,27777778
34	26,97	0,744444444	0,25555556
35	27,09	0,766666667	0,23333333
36	27,85	0,788888889	0,21111111
37	28,74	0,811111111	0,18888889
38	29,85	0,833333333	0,16666667
39	30,74	0,855555556	0,14444444
40	31,56	0,877777778	0,12222222
41	31,91	0,9	0,1
42	32,92	0,922222222	0,07777778
43	36,57	0,944444444	0,05555556
44	37,55	0,966666667	0,03333333
45	41,83	0,988888889	0,01111111

N

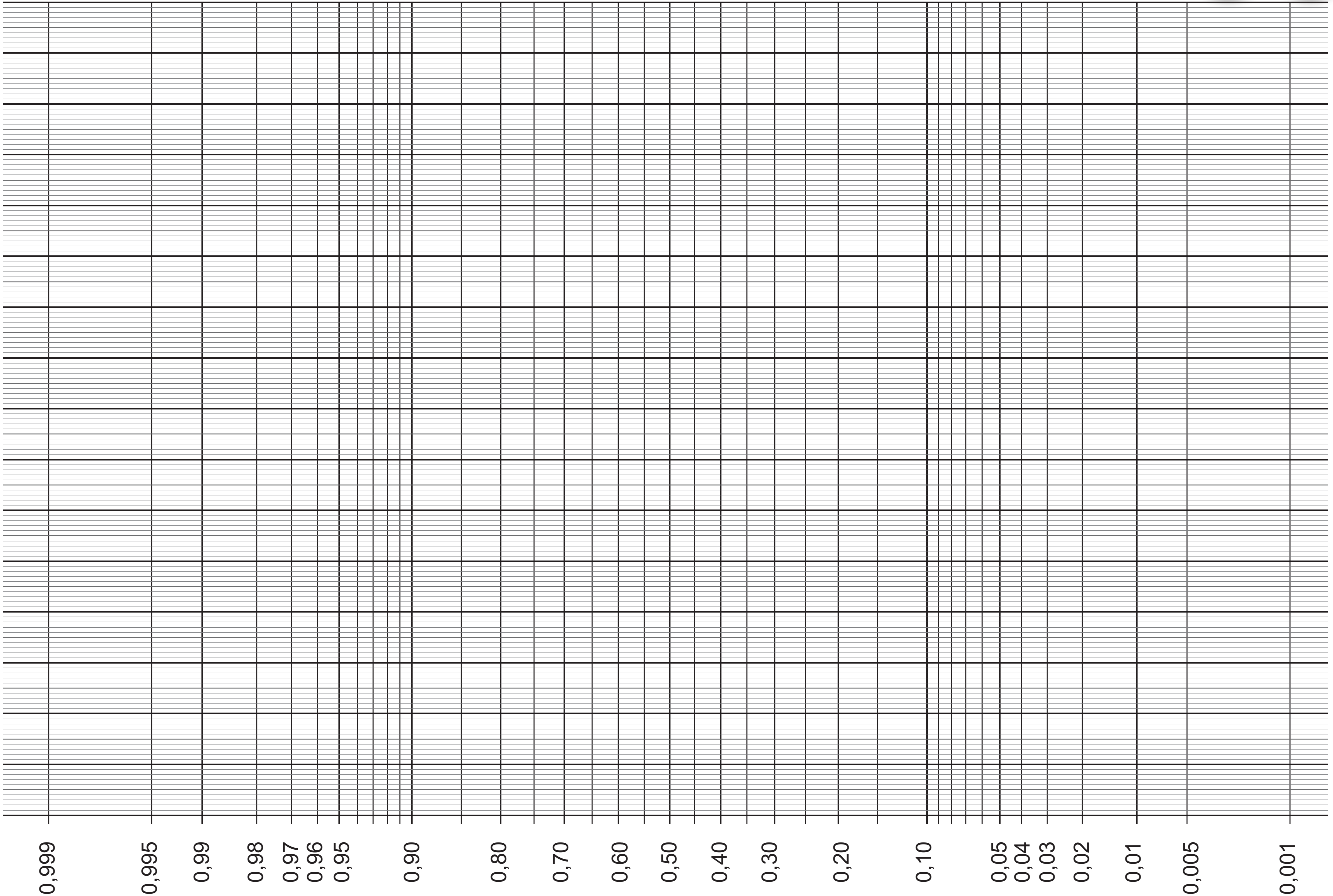
Freqüència empírica ≈
estimador de probabilidad

$$F_e(q_i) \approx P(Q \leq q_i) = 1 - P(Q > q_i)$$

Farem servir
l'estimador de Hazen

$$F_e(Q_i) = (j - 0,5) / N$$

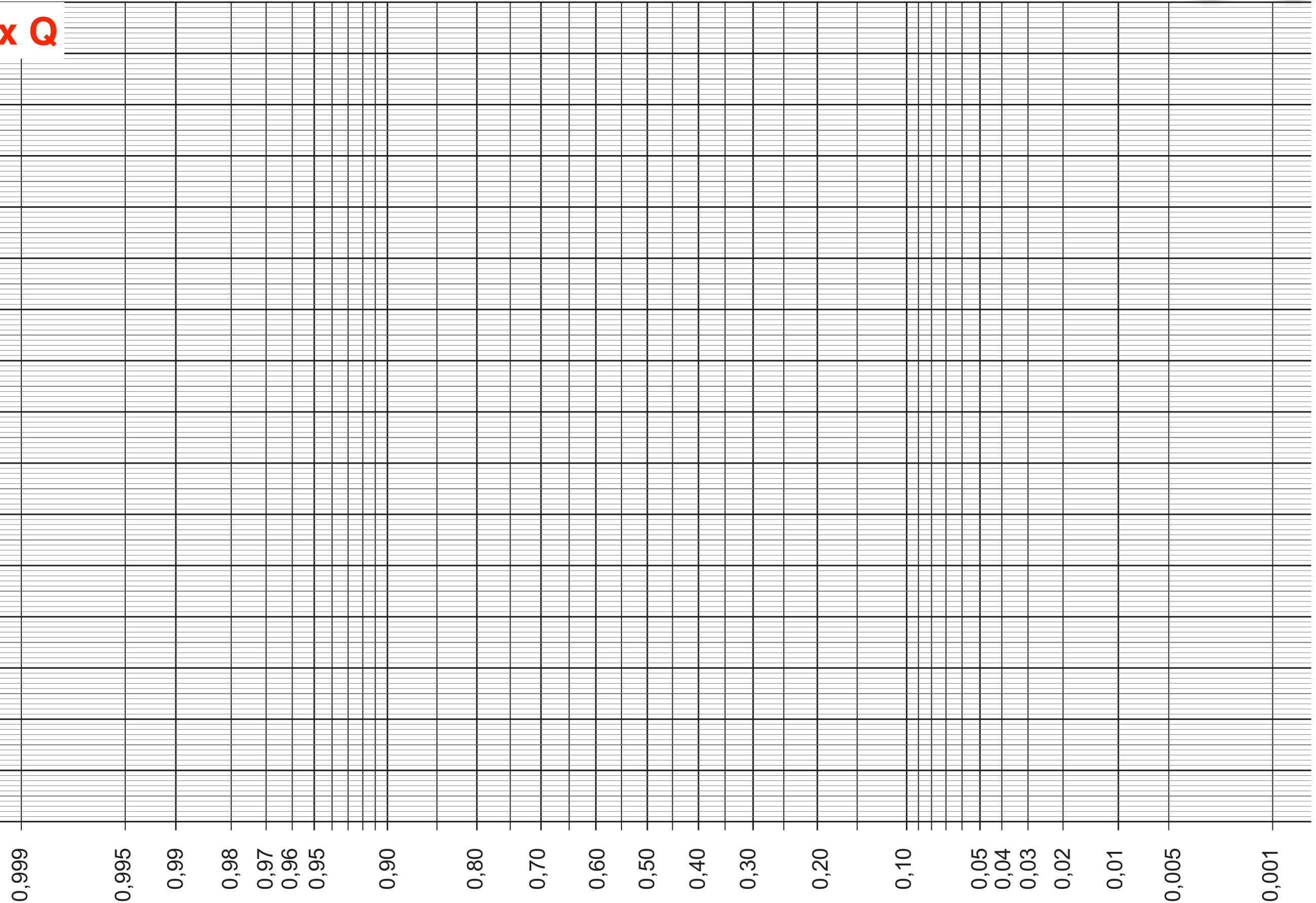
Escala Gauss



Max Q

$Y = Q \text{ mig anual en m}^3\text{s}^{-1}$

0



Max Q

Y = Q mig anual en m³s⁻¹

0

0,999 0,995 0,99 0,98 0,97 0,96 0,95 0,90 0,80 0,70 0,60 0,50 0,40 0,30 0,20 0,10 0,05 0,04 0,03 0,02 0,01 0,005 0,001

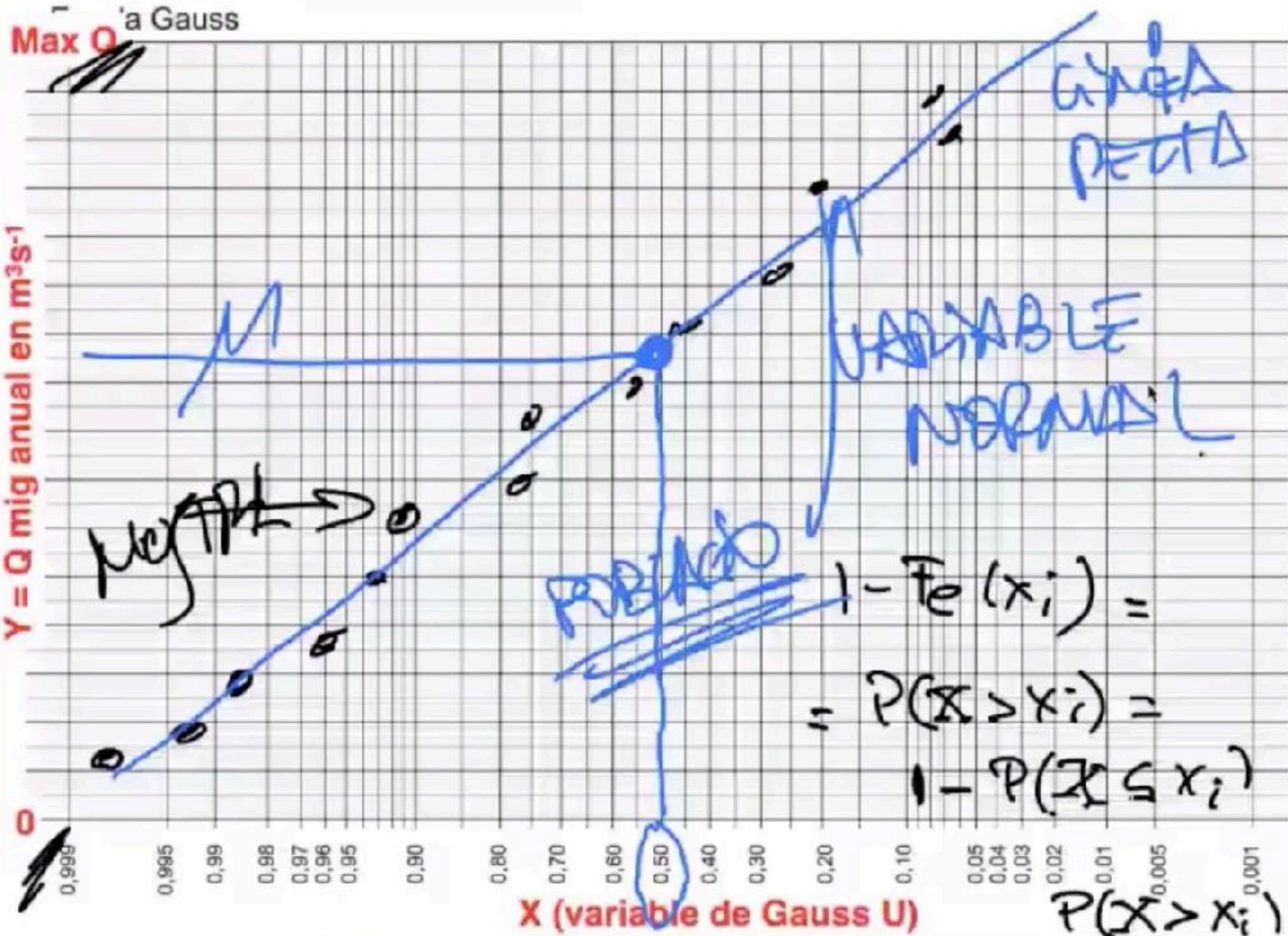
X (Fe = P[X ≤ x_i] Mostral)

Max Q a Gauss

Y = Q mig anual en m³s⁻¹

0

X (variable de Gauss U)



$P(X_i > x_i)$

Per poder fer l'anàlisi gràfica en excel, transformem l'eix X en un eix linial amb la variable U de Gauss

Construcció de l'eix X del gràfic de Gauss

Con la Hoja de Cálculo se consigue lo mismo mediante las fórmulas:

`=DISTR.NORM.ESTAND.INV(0,95)` y `=DISTR.NORM.ESTAND.INV(0,005)`.

Para representar estos dos puntos (-1,64 y +2,58), trazamos una escala aritmética de -3 a +3 así:

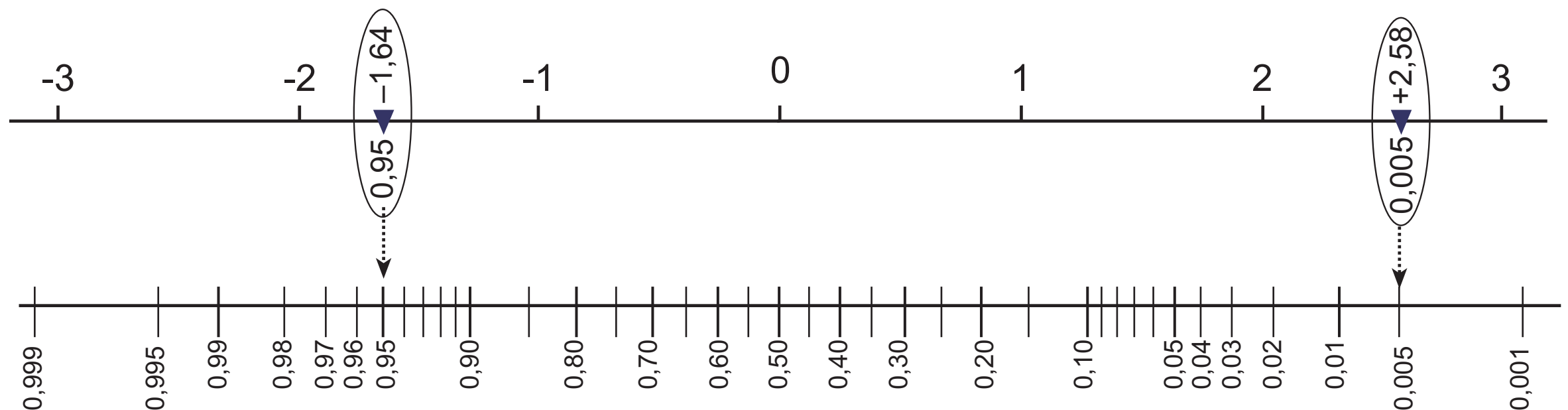


Fig. 4.- Realización de una escala de probabilidades según la ley de Gauss.

Representarem els punts de la mostra en paper de Gauss

Posicio J

Q mig anual
(m3/s)
ordenats

$$Fe = (J - 0,5) / N$$

Var norm
GAUSS

=DISTR.NORM.ESTAND.INV(B2)

1

1	5,17	0,011111111	-2,286548
2	8,46	0,033333333	-1,8339146
3	8,75	0,055555556	-1,5932188
4	10,52	0,077777778	-1,4201791
5	10,68	0,1	-1,2815516
6	11,28	0,122222222	-1,1639496
7	14,32	0,144444444	-1,0605622
8	14,7	0,166666667	-0,9674216
9	15,08	0,188888889	-0,8819982
10	15,59	0,211111111	-0,8025719
11	16	0,233333333	-0,7279133
12	16,29	0,255555556	-0,6571086
13	16,45	0,277777778	-0,5894558
14	16,51	0,3	-0,5244005
15	16,7	0,322222222	-0,4614937
16	17,02	0,344444444	-0,4003634
17	17,17	0,366666667	-0,3406948
18	17,46	0,388888889	-0,2822161
19	17,46	0,411111111	-0,2246877
20	17,59	0,433333333	-0,167894
21	18,35	0,455555556	-0,1116372
22	19,17	0,477777778	-0,0557317
23	19,81	0,5	0
24	20,22	0,522222222	0,05573169
25	20,38	0,544444444	0,11163715
26	20,63	0,566666667	0,167894
27	21,74	0,588888889	0,22468772
28	21,86	0,611111111	0,28221615
29	22,09	0,633333333	0,34069483
30	22,4	0,655555556	0,40036338
31	22,47	0,677777778	0,46149369
32	22,66	0,7	0,52440051
33	25,41	0,722222222	0,5894558
34	26,97	0,744444444	0,65710857
35	27,09	0,766666667	0,72791329
36	27,85	0,788888889	0,80257189
37	28,74	0,811111111	0,88199821
38	29,85	0,833333333	0,96742157
39	30,74	0,855555556	1,06056224
40	31,56	0,877777778	1,16394958
41	31,91	0,9	1,28155157
42	32,92	0,922222222	1,42017907
43	36,57	0,944444444	1,59321882
44	37,55	0,966666667	1,83391464
45	41,83	0,988888889	2,28654795

N

Posicio J

Q mig anual
(m3/s)
ordenats

$$Fe = (J - 0,5) / N$$

Var norm
GAUSS

=DISTR.NORM.ESTAND.INV(B2)

1

1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7

0,011111111
0,033333333
0,055555556
0,077777778
0,1
0,122222222
0,144444444
0,166666667

-2,286548
-1,8339146
-1,5932188

X (variable de Gauss U)

Y = Q mig anual en m³s⁻¹

11	16,29
12	16,45
13	16,51
14	16,7
15	17,02
16	17,17
17	17,46
18	17,46
19	17,59
20	18,35
21	19,17
22	19,81
23	20,22
24	20,38
25	20,63
26	21,74
27	21,86
28	22,09
29	22,4
30	22,47
31	22,66
32	25,41
33	26,97
34	27,09
35	27,85
36	28,74
37	29,85
38	30,74
39	31,56
40	31,91
41	32,92
42	36,57
43	37,55
44	41,83

0,255555556
0,277777778
0,3
0,322222222
0,344444444
0,366666667
0,388888889
0,411111111
0,433333333
0,455555556
0,477777778
0,5
0,522222222
0,544444444
0,566666667
0,588888889
0,611111111
0,633333333
0,655555556
0,677777778
0,7
0,722222222
0,744444444
0,766666667
0,788888889
0,811111111
0,833333333
0,855555556
0,877777778
0,9
0,922222222
0,944444444
0,966666667
0,988888889

-1,0605622
-0,9674216
-0,8819982
-0,8025719
-0,7279133
-0,6571086
-0,5894558
-0,5244005
-0,4614937
-0,4003634
-0,3406948
-0,2822161
-0,2246877
-0,167894
-0,1116372
-0,0557317
0
0,05573169
0,11163715
0,167894
0,22468772
0,28221615
0,34069483
0,40036338
0,46149369
0,52440051
0,5894558
0,65710857
0,72791329
0,80257189
0,88199821
0,96742157
1,06056224
1,16394958
1,28155157
1,42017907
1,59321882
1,83391464
2,28654795

N

Posicio J

Q mig anual
(m³/s)
ordenats

$$Fe = (J - 0,5) / N$$

Var norm
GAUSS

=DISTR.NORM.ESTAND(INV(B2))

1

1	5,17
2	8,46
3	8,75
4	10,52
5	10,68
6	11,28
7	14,32
8	14,7

0,001111111
0,033333333
0,055555556
0,077777778
0,1
0,122222222
0,144444444
0,166666667

-2,286548
-1,8339146
-1,5932188

X (variable de Gauss U)

Y = Q mig anual en m³s⁻¹

12	16,29
13	16,45
14	16,51
15	16,7
16	17,02
17	17,17
18	17,46
19	17,46
20	17,59
21	18,35
22	19,17
23	19,81
24	20,22
25	20,38
26	20,63
27	21,74
28	21,86
29	22,09
30	22,4
31	22,47
32	22,66
33	25,41
34	26,97
35	27,09
36	27,85
37	28,74
38	29,85
39	30,74
40	31,56
41	31,91
42	32,92
43	36,57
44	37,55
45	41,83

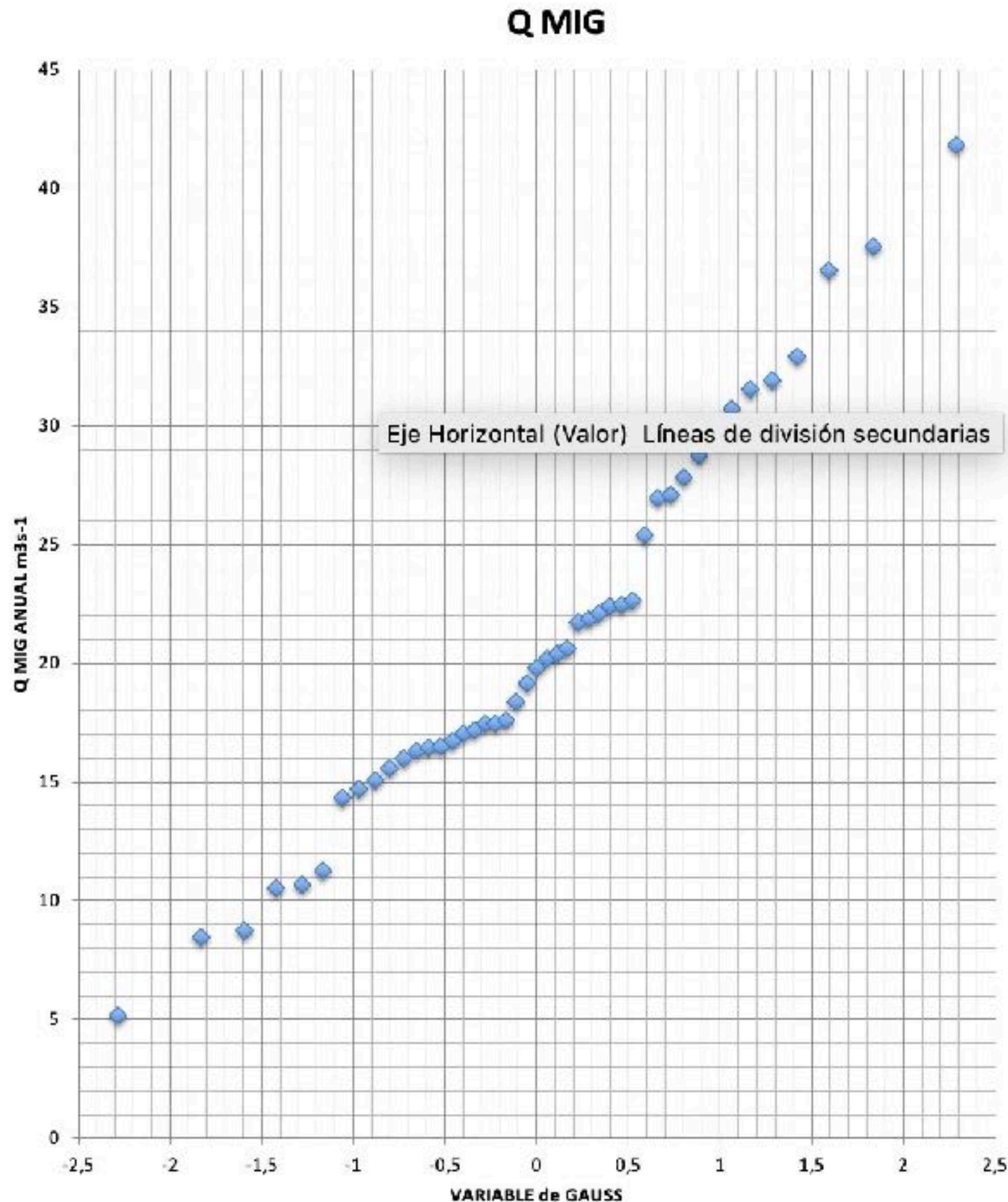
0,255555556
0,277777778
0,3
0,388888889
0,344444444
0,366666667
0,388888889
0,411111111
0,433333333
0,455555556
0,477777778
0,5
0,522222222
0,544444444
0,566666667
0,588888889
0,611111111
0,633333333
0,655555556
0,677777778
0,7
0,722222222
0,744444444
0,766666667
0,788888889
0,811111111
0,833333333
0,855555556
0,877777778
0,9
0,922222222
0,944444444
0,966666667
0,988888889

-1,0605622
-0,9674216
-0,8819982
-0,8025719
-0,7279133
-0,6571086
-0,5894558
-0,5244005
-0,4614937
-0,4003634
-0,3406948
-0,2822161
-0,2246877
-0,167894
-0,1116372
-0,0557317
0
0,05573169
0,11163715
0,167894
0,22468772
0,28221615
0,34069483
0,40036338
0,46149369
0,52440051
0,5894558
0,65710857
0,72791329
0,80257189
0,88199821
0,96742157
1,06056224
1,16394958
1,28155157
1,42017907
1,59321882
1,83391464
2,28654795

Q

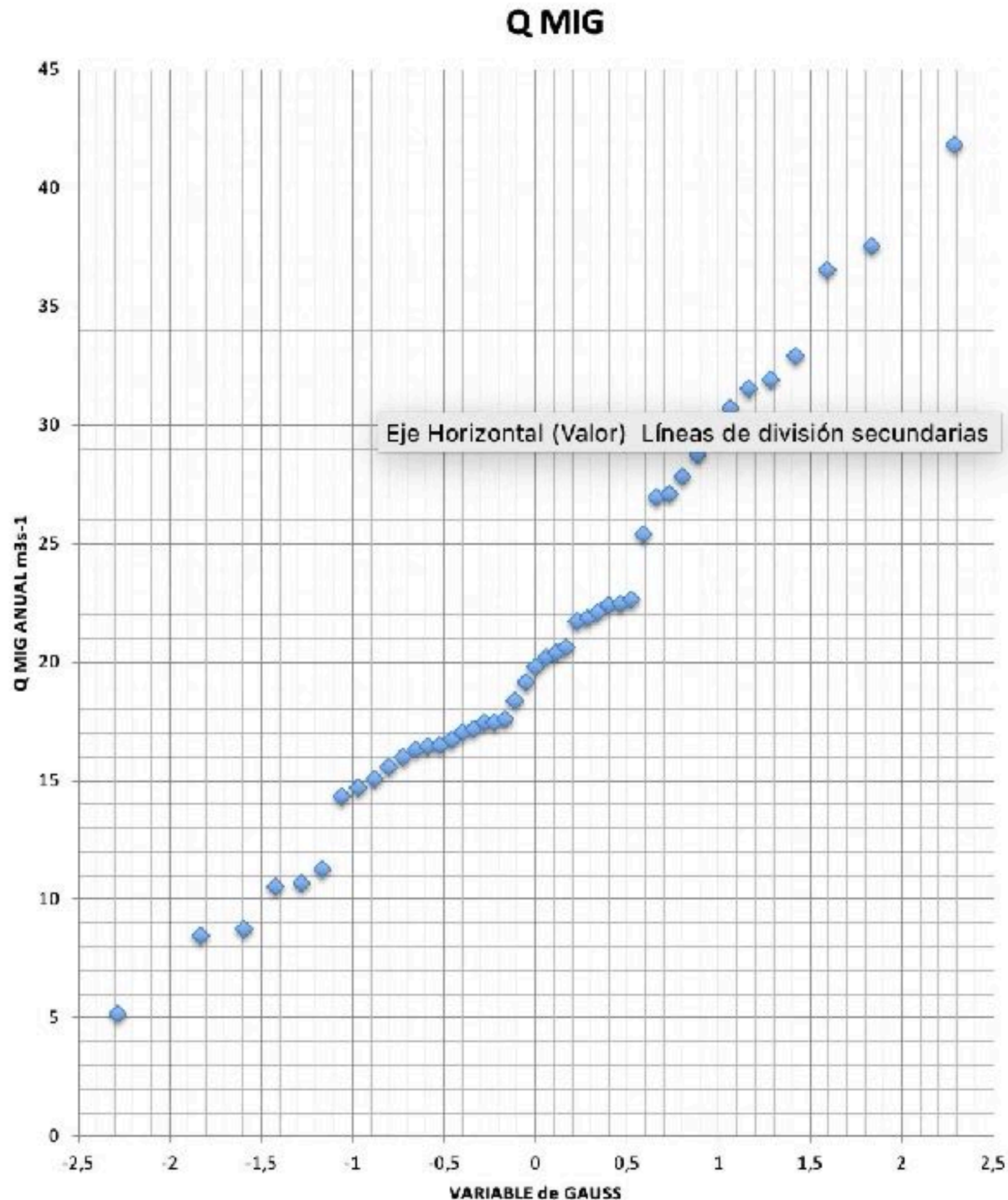
0 -3

Q_{max}



Si la Variable és Gaussiana, els punts han d'estar alineats formant una recta en paper de Gauss

Si no és així, rebutjarem la hipotesí de que segueix una distribució Normal i haurem de proposar una altre distribució

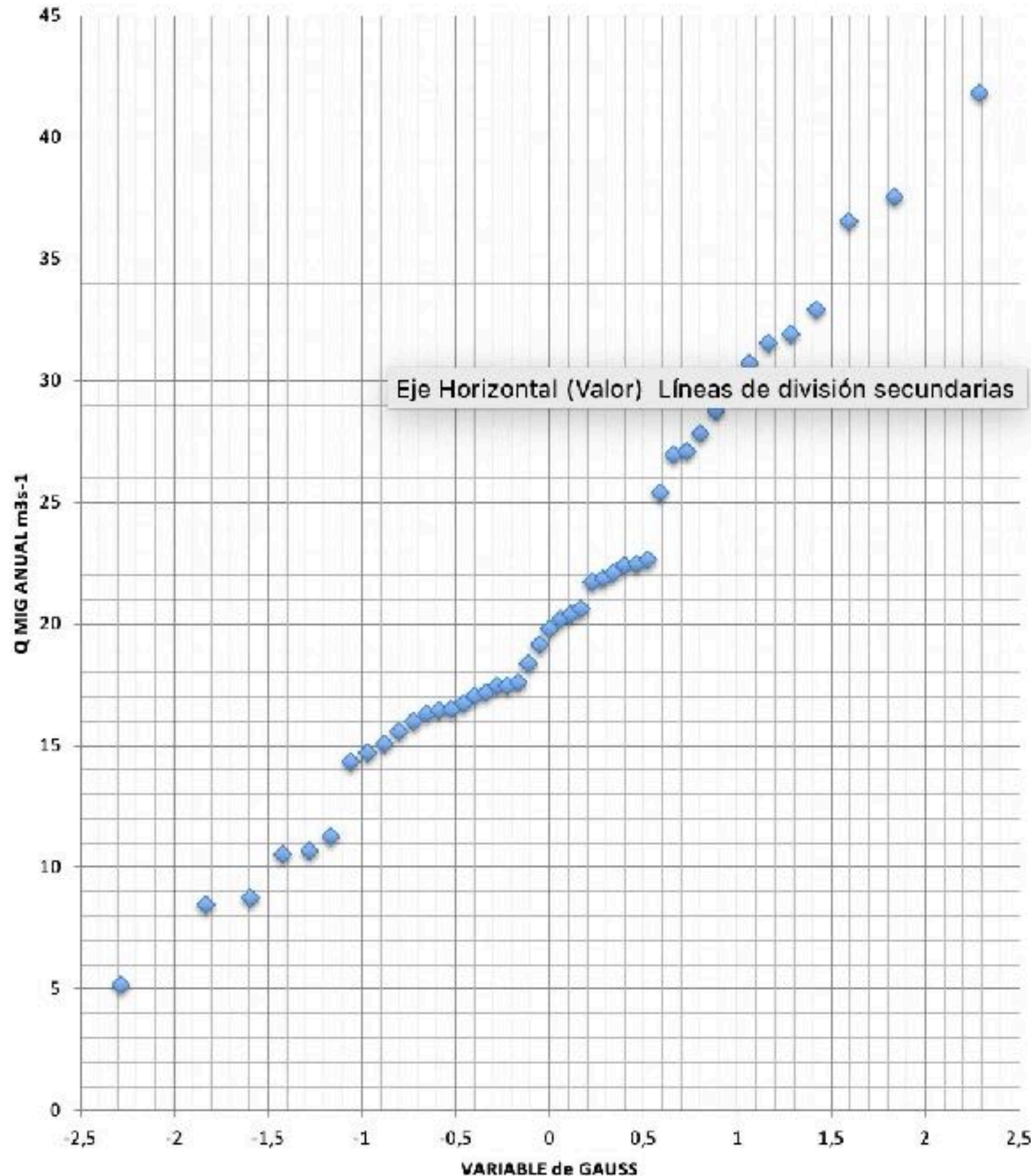


Si la Variable és Gaussiana, els punts han d'estar alineats formant una recta en paper de Gauss

Si no és així, rebutjarem la hipotesí de que segueix una distribució Normal i haurem de proposar una altre distribució

X (variable de Gauss U)

Q MIG



Si la Variable és Gaussiana, els punts han d'estar alineats formant una recta en paper de Gauss

Si no és així, rebutjarem la hipotesí de que segueix una distribució Normal i haurem de proposar una altre distribució

Max Q

Y = Q mig anual en m³s⁻¹

0

X (variable de Gauss U)

ESTIMACIÓ GRAFICA de la distribució de la població a partir de la mostra pel metode dels moments

DIBUIXEM ARA LA RECTA DE LA POBLACIÓ QUE SEGUEIX UNA DISTRIBUCIO NORMAL N (Q mitjana, s)

mitjana	20,9771111	=PROMEDIO(C2:C46)
s	8,13014246	=DESVEST.M(C2:C46)

Busquem els punts per dibuixar la recta que representa la població

U =		
F(X) = P(X ≤ x)	DISTR.NORM.EST AND.INV(Fx)	Q(P) = U * s + Qmitjana
F(x)	U Gauss	Qp
0,001	-3,0902323	-4,1469178
0,01	-2,3263479	2,06357148
0,1	-1,2815516	10,5579143
0,2	-0,8416212	14,1346106
0,5	0	20,9771111
0,7	0,52440051	25,240562
0,84	0,99445788	29,0621954
0,9	1,28155157	31,3963079
0,99	2,32634787	39,8906507
0,999	3,09023231	46,10114

